Лабораторна робота №2

Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь в середовищі GNU Octave

Мета заняття:

- функції середовища GNU Octave, що використовуються при розв'язанні СЛАР;
- дослідження СЛАР на сумісність за допомогою середовища GNU Octave;
- метод Крамера розв'язання СЛАР в середовищі GNU Octave;
- метод оберненої матриці розв'язання СЛАР в середовищі GNU Octave;

Розв'язання систем лінійних рівнянь є однією з основних задач обчислювальної математики, які найчастіше зустрічаються в інженерній практиці, у прикладних методах математичної статистики й економіки, у процедурах аналізу та синтезу фізичних систем різної природи і в багатьох інших розділах сучасної науки. Навіть якщо досліджувана система нелінійна, то типовий шлях її чисельного аналізу лежить через лінеаризацію і зводиться до розв'язання систем лінеаризованих рівнянь.

У таблиці 2.1 наведені деякі корисні функції середовища GNU Octave, які можуть бути застосовані при розв'язання СЛАР.

Таблиця 2.1

Деякі функції, корисні при розв'язання СЛАР

Функція	Опис
1	2

`rank(A)`	Обчислення рангу матриці.
	Наприклад:
	`>>A=[3 -1 1;1 1 -4;-3 1 -5]`
	`A =`
	`     3    -1     1`
	`     1     1    -4`
	`    -3     1    -5`
	`>>rank(A)`
	`ans =`
	`     3`

<table>
<tr><td>cond(A)</td><td>Обчислення числа обумовленості
Можливість знаходити рішення лінійних рівнянь визначається числом обумовленості (число обумовленості - величина, що характеризує точність розв'язку, отриманого чисельним методом). Якщо воно порівняно з точністю обчислювань (GNU Octave проводить обчислювання з подвійною точністю, тримаючи 16 значущих цифр), то відповідь, скоріше за все, буде невірною).
Наприклад:
<pre>>> A=[2 -1 3;4 -5 6;-8 10 -12]
A =
      2   -1   3
      4   -5   6
     -8   10   -12
>> cond(A)
ans =
  2.5728e+017</pre></td></tr>
<tr><td>[A B]</td><td>Утворення матриці, кількість стовпців якої дорівнює сумарної кількості стовпців матриць A і B. При цьому кількість рядків
матриць A і B повинна бути однаковою, і стільки ж рядків буде мати результативна матриця.
Наприклад:
<pre>>> B=[9 8;-1 2;7 3]%визначили матрицю B
B =
      9   8
     -1   2
      7   3
>> [A B]
ans =
      2   -1   3   9   8
      4   -5   6   -1   2
     -8   10   -12   7   3</pre></td></tr>
</table>

Продовження табл.2.1

[A; B]	Утворення матриці, кількість рядків якої дорівнює сумарної кількості рядків матриць A і B. При цьому кількість стовпців матриць A і B повинна бути однаковою, і стільки ж стовпців буде мати результівна матриця.
	Наприклад:
	`>> C=[9 8 -1;-1 2 0]`
	`C =`
	`     9     8    -1`
	`    -1     2     0`
	`>> [A;C]`
	`ans =`
	`     2    -1     3`
	`     4    -5     6`
	`    -8    10   -12`
	`     9     8    -1`
	`    -1     2     0`

A(:,j)=[]
або
A(i,:)=[]
	Усунення з матриці A j-го стовпця або ж i-го рядка. Наприклад:
	`>> A=[2 -1 3;4 -5 6;-8 10 -12] %визначено матрицю A`
	`A =`
	`     2    -1     3`
	`     4    -5     6`
	`    -8    10   -12`
	`>> A(:,3)=[] %усунено 3-й стовпець`
	`A =`
	`     2    -1`
	`     4    -5`
	`    -8    10`
	`>> A(2,:)=[] %після усунення 3-го стовпця усунено 2-й`
	`             %рядок`
	`A =`
	`     2    -1`
	`    -8    10`

Закінчення табл.2.1

A(:,j)
або
A(i,:)
	Обирання j-го стовбця або i-го рядка матриці:
	>> A=[2 -1 3;4 -5 6;-8 10 -12] %визначено матрицю A
	A =
	    2 -1 3
	    4 -5 6
	   -8 10 -12
	>> A(:,1) % обираємо 1-й стовпець
	ans =
	    2
	    4
	   -8
	>> A(2,:) % обираємо 2-й рядок
	ans =
	   4 -5 6
	>> A(:,1:2) % обираємо 1-й та 2-й стовпці
	ans =
	    2 -1
	    4 -5
	   -8 10
	>> A(2:3,:) % обираємо 2-й та 3-й рядки
	ans =
	   4 -5 6
	  -8 10 -12

Приклад 2.1. Перевірити систему лінійних алгебраїчних систем на сумісність

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 5, \\ 5x_1 - 6x_2 - 4x_3 = -3, \\ -4x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 1. \end{cases}$$

Розв'язання. Визначаємо матрицю системи – матрицю коефіцієнтів при невідомих та матрицю - стовпець правих частин:

```
>> A=[3 4 2;5 -6 -4;-4 5 3] <Enter>
```

```
A =

   3   4   2
   5  -6  -4
  -4   5   3

>> B=[5; -3; 1]<Enter>
B =

   5
  -3
   1
```

Для перевірки на сумісність першої системи скористаємося **теоремою Кронекера – Капеллі**:

Система лінійних рівнянь сумісна тоді і тільки тоді, коли ранг її основної матриці дорівнює рангу розширеної матриці. Причому, система має єдиний розв'язок, якщо ранг дорівнює кількості невідомих та має безліч розв'язків, якщо ранги матриці системи та розширеної матриці менше кількості змінних.

СЛАР несумісна, якщо ранг її основної матриці не дорівнює рангу розширеної матриці

За допомогою функції `rank` середовища GNU Octave знайдемо ранг матриці системи:

```
>> rank(A) <Enter>
ans = 3
```

тепер сформуємо розширену матрицю системи та обчислимо її ранг:

```
>>[A B] <Enter>
ans =


   3   4   2   5
   5  -6  -4  -3
  -4   5   3   1
>> rank([A B]) <Enter>
ans = 3
```

Висновок: оскільки ранг матриці СЛАР дорівнює рангу розширеної матриці та дорівнює кількості змінних, то за теоремою Кронекера-Капеллі СЛАР сумісна та має єдиний розв'язок.

Приклад 2.2. Перевірити систему лінійних алгебраїчних рівнянь на сумісність

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 5, \\ 4x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 7, \\ 4x_1 + 8x_2 - 12x_3 = 3. \end{cases}$$

Розв’язання. Визначаємо відповідні системам матриці – матриці коефіцієнтів при невідомих та коефіцієнтів правих частин:

```
>> A=[2 -1 2;4 3 -4;4 8 -12]  <Enter>
   A =
       2   -1    2
       4    3   -4
       4    8  -12

>> B=[5; 7; 3] <Enter>
   B =
      5
      7
      3
>>[A B] <Enter>
  ans =

    2   -1    2    5
    4    3   -4    7
    4    8  -12    3

>> rank(A) <Enter>
  ans = 2
>> rank([A B]) <Enter>
  ans = 3
```

Висновок: оскільки ранг матриці СЛАР не дорівнює рангу розширеної матриці, то за теоремою Кронекера-Капеллі СЛАР несумісна та не має розв’язків.

Метод Крамера розв’язання СЛАР

Теорема (*правило Крамера*). 1. Якщо визначник матриці системи $\Delta \neq 0$, то СЛАР має єдиний розв’язок, який можна знайти за допомогою формул Крамера

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta},\ x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta},\ \ldots,\ x_n = \frac{\Delta_n}{\Delta},$$

де Δ_1, Δ_2, …, Δ_n – визначники, які утворюються з визначника системи шляхом заміни першого, другого, … та *n*-го стовпця відповідно стовпцем вільних членів.

2. Якщо визначник матриці системи $\Delta = 0$, та $\Delta_1 = \Delta_2 = \ldots = \Delta_n = 0$, то СЛАР має безліч розв’язків, тобто є невизначеною.

3. Якщо визначник матриці системи $\Delta = 0$, та хоча б один із визначників Δ_1, Δ_2, …, Δ_n відмінний від нуля, то СЛАР не має жодного розв’язку, тобто є несумісною.

Приклад 2.3. Розв’язати СЛАР методом Крамера за допомогою середовища GNU Octave:

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 5, \\ 5x_1 - 6x_2 - 4x_3 = -3, \\ -4x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 1. \end{cases}$$

Розв’язання. Обчислимо визначник основної матриці системи:

```
>> A=[3 4 2;5 -6 -4;-4 5 3]
A =
   3   4   2
   5  -6  -4
  -4   5   3

>> D=det(A)
   D = 12.000
>>B=[5;-3;1]
  B =
     5
    -3
     1
```

```
>>D1=[B A(:,2:3)] %1-й стовпець А замінили на В
  ans =
     5   4   2
    -3  -6  -4
     1   5   3
>>Dx1=det(D1)
  Dx1 = 12.000
>> D2=[A(:,1) B A(:,3)] % 2-й стовпець А замінили на В
  D2 =
     3   5   2
     5  -3  -4
    -4   1   3
>> Dx2=det(D2)
  Dx2 = -24.000
>>D3=[A(:,1:2) B] % 3-й стовпець А замінили на В
  D3 =
     3   4   5
     5  -6  -3
    -4   5   1
>>Dx3=det(D3)
  Dx3 = 60.000
>>X=[Dx1;Dx2;Dx3]/D % знаходимо розв'язок
   X =
      1.0000
     -2.0000
      5.0000
```

Для того, щоб перевірити правильність виконаних розрахунків достатньо підставити знайдені значення змінних у початкову систему. Якщо для кожного рівняння ліва частина співпадає з правою, то знайдено правильне рішення. Для виконання перевірки в середовищі GNU Octave достатньо знайти добуток матриці системи та стовпця невідомих. Якщо цей добуток співпадає з стовпцем вільних членів, то розв'язок СЛАР знайдено правильно. Для нашого прикладу перевірка виглядає так:

```
>> A*X
   ans =
      5.0000
     -3.0000
      1.0000
```

Метод оберненої матриці розв'язання СЛАР

Метод оберненої матриці можна застосовувати тільки у випадках, коли визначник матриці системи не дорівнює нулю.

Тоді розв'язок системи знаходимо за формулою

$$X = A^{-1}B.$$

Для знаходження оберненої матриці використовуємо спеціальну функцію inv.

Приклад 2.4. Розв'язати систему рівнянь, що наведена в прикладі 2.3 методом оберненої матриці.

Розв'язання. Оскільки визначник матриці системи дорівнює 12 та не дорівнює нулю, то розв'язання методом оберненої матриці можливе.

Знайдемо матрицю A^{-1}, що є оберененою до матриці A:

```
>> A=[3 4 2;5 -6 -4;-4 5 3] % матриця системи A
   A =

       3    4    2
       5   -6   -4
      -4    5    3

>>B=[5;-3;1] % стовпець вільних членів B
   B =

      5
     -3
      1
>>iA=inv(A) % обернена матриця

   0.166667  -0.166667  -0.333333
   0.083333   1.416667   1.833333
   0.083333  -2.583333  -3.166667

>>A*iA % перевірка правильності обчислень
   ans =

       1.0000   0.0000   0.0000
       0.0000   1.0000   0.0000
            0   0.0000   1.0000
```

```
>>X=iA*B % знаходимо розв'язок
X =

   1.0000
  -2.0000
   5.0000
```

Завдання для самостійної роботи

1. Розв'язати систему лінійних алгебраїчних рівнянь методом Крамера в середовищі GNU Octave та зробити перевірку.
2. Розв'язати систему лінійних алгебраїчних рівнянь методом оберненої матриці в середовищі GNU Octave та зробити перевірку.
3. Дослідити систему рівнянь на сумісність за допомогою теореми Кронекера-Капеллі в середовищі GNU Octave, зробити висновок.

Варіанти завдань для самостійної роботи

Варіант 1

1. $$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 - 7x_3 = 16, \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 16. \end{cases}$$

2. $$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 + x_4 = -7, \\ -x_1 + x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 1, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 6x_4 = 5, \\ -2x_1 + 5x_2 + x_3 - 7x_4 = 5. \end{cases}$$

3. $$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 3x_4 = -1, \\ 4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 3. \end{cases}$$

Варіант 2

1. $$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 16, \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 12. \end{cases}$$

2. $$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = -2, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 1, \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 1, \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 4. \end{cases}$$

3. $$\begin{cases} 8x_1 + 6x_2 - x_3 - x_4 = 12, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 2, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - 4x_4 = 0, \\ 6x_1 + 7x_2 - 4x_3 + x_4 = 0, \\ 6x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 7x_4 = 12. \end{cases}$$

Варіант 3

1. $$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 7, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0, \\ 2x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

2. $$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 14, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 10, \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 20, \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 12. \end{cases}$$

3. $$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 - x_4 = -1, \\ 5x_1 - 3x_2 - x_3 + 3x_4 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 - 4x_4 = 1, \\ 13x_1 - 4x_2 - 7x_3 + 2x_4 = 7, \\ 2x_1 - 5x_2 + 4x_3 + 7x_4 = 2. \end{cases}$$

Варіант 4

1. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 20, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 3, \\ 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 = -8. \end{cases}$

2. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 7, \\ x_1 + 2x_3 + 2x_4 = 5, \\ 4x_1 + x_2 - x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 2x_4 - 3x_5 = 8, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 + 2x_5 = 2, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 - 3x_4 - x_5 = 6. \end{cases}$

Варіант 5

1. $\begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 = 7, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11. \end{cases}$

2. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0, \\ 7x_1 + 14x_2 + 20x_3 + 27x_4 = 0, \\ 5x_1 + 10x_2 + 16x_3 + 19x_4 = -2, \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 13x_4 = 5. \end{cases}$

3. $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 + 4x_4 - x_5 = 1, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 - 2x_4 + 2x_5 = -2, \\ x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 8x_4 - 5x_5 = 5, \\ 5x_1 + 5x_2 - 5x_3 + 10x_4 = 4. \end{cases}$

Варіант 6

1. $\begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 = 7, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11. \end{cases}$

2. $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 10, \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 = -2, \\ 4x_1 + 5x_2 - 4x_3 - 3x_4 = -7, \\ 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 5x_4 = -1. \end{cases}$

3. $\begin{cases} 9x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 4, \\ 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases}$

Варіант 7

1. $\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 15, \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 15, \\ 10x_1 - 11x_2 + 5x_3 = 36. \end{cases}$

2. $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = -11, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 14, \\ 5x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 1, \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 7. \end{cases}$

3. $\begin{cases} x_1 + 8x_2 + 2x_3 = 13, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = -7, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 14, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ 6x_1 + 9x_2 + 13x_3 = -2. \end{cases}$

Варіант 8

1. $$\begin{cases} 7x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 18, \\ x_1 - x_2 - x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -2. \end{cases}$$

2. $$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 4, \\ 4x_1 + 6x_2 - 3x_3 + 7x_4 = 1, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = -2. \end{cases}$$

3. $$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 = 2, \\ 4x_1 + x_3 - 7x_4 = 3, \\ 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 - 2x_4 = 3. \end{cases}$$

Варіант 9

1. $$\begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - x_3 = -1, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 9, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 13. \end{cases}$$

2. $$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8. \end{cases}$$

3. $$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ 5x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ 7x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}$$

Варіант 10

1. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4, \\ 3x_1 + 5x_2 - 7x_3 = 1, \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8. \end{cases}$

2. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1, \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -5. \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 5x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 0. \end{cases}$

Варіант 11

1. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 11. \end{cases}$

2. $\begin{cases} x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -5, \\ x_1 + \quad - 2x_3 + 3x_4 = -4, \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_4 = 12, \\ 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 5. \end{cases}$

3. $\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = -1, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1. \end{cases}$

Варіант 12

1. $$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 29, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 10. \end{cases}$$

2. $$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4, \\ 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 6, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 6. \end{cases}$$

3. $$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = -7, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 14. \end{cases}$$

Варіант 13

1. $$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18. \end{cases}$$

2. $$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1, \\ x_2 + 2x_3 + 3x_4 = -2, \\ x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 2. \end{cases}$$

3. $$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -1, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 4, \\ x_1 - 8x_2 + 9x_3 = -6. \end{cases}$$

Варіант 14

1. $$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11. \end{cases}$$

2. $$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 12, \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + x_4 = 0, \\ 5x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 = 4, \\ 7x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 16. \end{cases}$$

3. $$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 4, \\ x_2 - x_3 + x_4 = -3, \\ x_1 + 3x_2 - 3x_4 = 1, \\ -7x_2 + 3x_3 + x_4 = -3. \end{cases}$$

Варіант 15

1. $$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2. \end{cases}$$

2. $$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1, \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -5. \end{cases}$$

3. $$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 - 7x_4 = 5, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 4, \\ x_2 - x_3 + x_4 = -3, \\ x_1 + 3x_2 - 3x_4 = 1. \end{cases}$$

Варіант 16

1. $\begin{cases} 3x_1 - x_2 = 5, \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 15. \end{cases}$

2. $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = -5. \end{cases}$

3. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_4 + 2x_5 = 1, \\ x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 - 3x_5 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 5x_4 + 2x_5 = 7, \\ 9x_1 - 9x_2 + 6x_3 - 16x_4 + 2x_5 = 25. \end{cases}$

Варіант 17

1. $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 4, \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 = -17, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$

2. $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 + x_4 = -7, \\ -x_1 + x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 1, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 6x_4 = 5, \\ -2x_1 + 5x_2 + x_3 - 7x_4 = 5. \end{cases}$

3. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 = 2, \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 8x_3 - 3x_4 + 9x_5 = 2. \end{cases}$

Варіант 18

1. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ 2x_1 - x_2 - 6x_3 = -1, \\ 3x_1 - 2x_2 = 8. \end{cases}$

2. $\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 45, \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 1, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = -2. \end{cases}$

3. $\begin{cases} 9x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 4, \\ 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases}$

Варіант 19

1. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 4. \end{cases}$

2. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 1, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 2, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 1, \\ x_1 + x_4 = 2. \end{cases}$

3. а) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 - 7x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2. \end{cases}$

Варіант 20

1. $$\begin{cases} 7x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 18, \\ x_1 - x_2 - x_3 = 3, \\ x_1 + 7x_2 + 2x_3 = -2. \end{cases}$$

2. $$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = 7, \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 3, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 8x_4 = -7. \end{cases}$$

3. $$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 3, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 = 3. \end{cases}$$

Варіант 21

1. $$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4, \\ 3x_1 - 5x_2 - 7x_3 = 1, \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8. \end{cases}$$

2. $$\begin{cases} x_1 - 2x_3 + 3x_4 = -45, \\ x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -5, \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_4 = 12, \\ 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 5. \end{cases}$$

3. $$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 3, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 = 3. \end{cases}$$

Варіант 22

1. $$\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 15, \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 15, \\ 10x_1 - 11x_2 + 5x_3 = 36. \end{cases}$$

.

2. $$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 11, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 12, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 13, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = -5. \end{cases}$$

3. $$\begin{cases} x_1 + 8x_2 + 2x_3 = 13, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = -7, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 14, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ 6x_1 + 9x_2 + 13x_3 = -2. \end{cases}$$

Варіант 23

1. $$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4, \\ 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18. \end{cases}$$

2. $$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = -2, \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 4, \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 1. \end{cases}$$

3. $$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 2x_4 - 3x_5 = 8, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 + 2x_5 = 2, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 - 3x_4 - x_5 = 6. \end{cases}$$

Варіант 24

1. $$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 6, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases}$$

2. $$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 11x_3 + 5x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 1, \\ 3x_1 + 3x_2 + 9x_3 + 5x_4 = -2, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -3. \end{cases}$$

3. а) $$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 - 4x_4 + x_5 = 2, \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 - 6x_4 - x_5 = 3, \\ 2x_1 - 14x_3 + 4x_4 - 6x_5 = -2. \end{cases}$$

Варіант 25

1. $$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -3. \end{cases}$$

2. $$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 + x_4 = -7, \\ -x_1 + x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 1, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 6x_4 = 5, \\ -2x_1 + 5x_2 + x_3 - 7x_4 = 5. \end{cases}$$

3. $$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 = 2, \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 8x_3 - 3x_4 + 9x_5 = 2. \end{cases}$$

Варіант 26

1. $$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 15, \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 10. \end{cases}$$

2. $$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 6x_4 = 0, \\ x_1 - 3x_2 - 6x_4 = 9, \\ 2x_1 + x_2 - 5x_3 + x_4 = 8, \\ 2x_2 - x_3 + 2x_4 = -5. \end{cases}$$

3. $$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 5x_5 = 2, \\ -3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 2, \\ -3x_1 + x_2 - 5x_3 - 7x_5 = -2, \\ -5x_1 + 7x_2 + x_3 + 16x_4 + x_5 = 10. \end{cases}$$

Варіант 27

1. $$\begin{cases} 5x_1 + 8x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 - 2x_2 + 6x_3 = -7, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -5. \end{cases}$$

2. $$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6. \end{cases}$$

3. $$\begin{cases} 9x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 4, \\ 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases}$$

Варіант 28

1. $$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -7, \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 = -1, \\ x_1 - 4x_2 = -5. \end{cases}$$

2. $$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 11x_3 + 5x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -3, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -3. \end{cases}$$

3. $$\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 2, \\ 7x_1 - 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 5,. \\ 5x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 6x_4 = 3. \end{cases}$$

Варіант 29

1. $$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 - 7x_3 = 16, \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 16. \end{cases}$$

2. $$\begin{cases} 4x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 5x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_3 - x_4 = 10, \\ x_1 + x_2 - 5x_3 = -10, \\ 3x_2 + 2x_3 = 1. \end{cases}$$

3. $$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 = 2, \\ 4x_1 + x_3 - 7x_4 = 3, \\ 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 - 2x_4 = 3. \end{cases}$$

Варіант 30

1. $$\begin{cases} 7x_1 + \ \ 2x_2 + 3x_3 = 15, \\ 5x_1 - \ \ 3x_2 + 2x_3 = 15, \\ 10x_1 - 11x_2 + 5x_3 = 36. \end{cases}$$

2. $$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0, \\ 7x_1 + 14x_2 + 20x_3 + 27x_4 = 0, \\ 5x_1 + 10x_2 + 16x_3 + 19x_4 = -2, \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 13x_4 = 5. \end{cases}$$

3. $$\begin{cases} 7x_1 - 5x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 8, \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = -3, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = 1, \\ -x_1 + x_3 + 24x_4 = 1, \\ - x_2 + x_3 + 2x_4 = 3. \end{cases}$$

Контрольні питання

1. Яким чином перевірити СЛАР на сумісність у середовищі GNU Octave?
2. В чому полягає метод розв'язання СЛАР за допомогою оберненої матриці у середовищі GNU Octave?
3. В чому полягає метод розв’язання СЛАР за формулами Крамера у середовищі GNU Octave?