

Продемонструємо роботу функцій та операцій для виконання завдання цієї лабораторної роботи при заданих матрицях A , B , і векторі W :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 6 & 13 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}; \quad W = (5 \quad -8 \quad 0)$$

Крок 1. Визначити в середовищі OCTAVE матриці A та B розміром 3×3 .

```
octave:1> A=[3 1 0;6 13 1;1 2 1]
```

A =

```
3    1    0
6   13    1
1    2    1
```

```
octave:2> B=[4 5 6;1 0 -1;-1 -1 2]
```

B =

```
4    5    6
1    0   -1
-1   -1    2
```

Крок 2. Визначити в середовищі OCTAVE вектор W як вектор-стовпець.

```
octave:3> W=[5;-8;0]
```

W =

```
5
-8
0
```

Крок 3. Обчислити $A + B$; $A - B$; $-3A$.

```
octave:4> A+B
```

ans =

```
7    6    6
7   13    0
0    1    3
```

```
octave:5> A-B
```

ans =

```
-1   -4   -6
```

```
5 13 2
2 3 -1
```

```
octave:6> -3*A
```

```
ans =
```

```
-9 -3 0
-18 -39 -3
-3 -6 -3
```

Крок 4. Обчислити матриці $F = A \cdot B$, $C = A \cdot B - B \cdot A$.

```
octave:7> F=A*B
```

```
F =
```

```
13 15 17
36 29 25
5 4 6
```

```
octave:8> C=A*B-B*A
```

```
C =
```

```
-35 -66 6
34 30 26
12 14 5
```

Крок 5. Обчислити A^2 та матрицю, що складається з квадратів відповідних елементів матриці A . Порівняти результати.

```
octave:9> A*A
```

```
ans =
```

```
15 16 1
97 177 14
16 29 3
```

```
octave:10> A^2
```

```
ans =
```

```
15 16 1
97 177 14
16 29 3
```

```
octave:11> A.^2
```

```
ans =
```

```
9 1 0
```

```
36 169 1
1 4 1
```

Зазначимо, що в результаті отримано дві різні матриці. A^2 - це результат множення матриці A самої на себе, а не піднесення кожного елементу до квадрата.

Крок 6. Перевірити рівність $(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T$.

```
octave:12> (A*B)'
```

```
ans =
```

```
13 36 5
15 29 4
17 25 6
```

```
octave:13> B'*A'
```

```
ans =
```

```
13 36 5
15 29 4
17 25 6
```

Крок 7. Обчислити вектор-стовпець V , який дорівнює добутку вектора W та матриці C .

Handwritten notes showing matrix multiplication dimensions:

$$V = W \cdot C$$

Dimensions: 3×1 , 3×3 , 1×3

$$V = C \cdot W$$

Dimensions: 3×3 , 3×1 , 3×1

```
octave:14> V=W*C
```

```
error: operator *: nonconformant arguments (op1 is 3x1, op2 is 3x3)
```

Ця операція неможлива, тому що кількість стовпців матриці W не дорівнює кількості рядків матриці C . Але можлива така операція:

```
octave:15> V=C*W
```

```
V =
```

```
353
-70
-52
```

Крок 8. Обчислити вектор $Q = 5V - 3W$.

```
octave:16> Q=5*V-3*W
```

```
Q =
```

```
1750
```

```
-326
```

```
-260
```

Крок 9. Обчислити визначники матриць A, B, C .

```
octave:17> det(A)
```

```
ans = 28
```

```
octave:18> det(B)
```

```
ans = -15
```

```
octave:19> det(C)
```

```
ans = -1186.0
```

Крок 10. Порівняти визначники матриць C та C^T .

```
octave:19> det(C)
```

```
ans = -1186.0
```

```
octave:20> det(C')
```

```
ans = -1186.0
```

Вони рівні згідно до властивості $\det(C) = \det(C')$

Крок 11. Поміняти місцями перший та другий стовпчики матриці C . Обчислити визначник отриманої матриці C_1 . Порівняти визначники матриць C та C_1 .

```
octave:21> C1=C;C1(:,1)=C(:,2);C1(:,2)=C(:,1)% поміняно стовпчики місцями
```

```
C1 =
```

```
-66 -35 6
```

```
30 34 26
```

```
14 12 5
```

```
octave:22> C % у командне вікно виведено матрицю C
```

```
C =
```

```
-35 -66 6
```

```
34 30 26
```

```
12 14 5
```

```
octave:23> det(C1) % обчислимо визначник матриці C1
ans = 1186.0
octave:24> det(C) % обчислимо визначник матриці C
ans = -1186.0
```

Зазначимо, що від перестановки сусідніх стовпчиків визначник змінює знак на протилежний.

Крок 12. Елементи другого рядка матриці C помножити на 2. Обчислити визначник отриманої матриці C_2 . Порівняти визначники матриць C та C_2 .

```
octave:25> C2=C;C2(2,:)=C2(2,:).*2
C2 =

   -35   -66    6
    68    60   52
    12    14    5
```

```
octave:26> det(C2)
ans = -2372.0
octave:27> 2*det(C)
ans = -2372.0
```

Зазначимо, що виконується властивість визначників: якщо елементи рядка помножити на деяке число, то на це число помножиться й визначник. В нашому випадку множення на 2 елементів одного (другого) рядка привело до збільшення визначника вдвічі.

Крок 13. Перевірити, чи існує обернена матриця до матриці A , і, якщо існує, знайти її і вивести результат у командне вікно так, щоб елементи оберненої матриці були представлені у вигляді звичайних дробів.

Так, існує обернена матриця до матриці A , тому що $\det(A)=28$, та не дорівнює нулю.

```
octave:27> det(A)
ans = 28
octave:28> inv(A)
ans =
```

```
 0.392857  -0.035714  0.035714
-0.178571  0.107143 -0.107143
-0.035714 -0.178571  1.178571
```

```
octave:29> format rat
```

```
octave:30> inv(A)
```

```
ans =
```

```
11/28    -1/28    1/28
-5/28     3/28   -3/28
-1/28    -5/28   33/28
```

Крок 14. Якщо обернена матриця була обчислена, довести, що отриманий результат правильний. За визначенням оберненої матриці, якщо помножити на неї вихідну матрицю (ліворуч та праворуч), то отримаємо одиничну матрицю ($A \cdot A^{-1} = E$ та $A^{-1} \cdot A = E$)

```
octave:31> A*inv(A)
```

```
ans =
```

```
1      *      0
*      1      0
*      0      1
```

Знак * означає майже нуль, продемонструємо це, змінивши формат:

```
octave:32> format short
```

```
octave:33> A*inv(A)
```

```
ans =
```

```
1.0000  -0.0000    0
0.0000   1.0000    0
0.0000    0  1.0000
```

```
octave:34> inv(A)*A
```

```
ans =
```

```
1.0000  -0.0000  -0.0000
0.0000   1.0000    0
0         0  1.0000
```