

**Завдання 1.** Розв'яжіть систему рівнянь методом Крамера та методом Жордана – Гаусса.

$$1.1 \quad \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 10; \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 5; \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 5. \end{cases}$$

$$1.8 \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 20; \\ -x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 3; \\ 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 = -8. \end{cases}$$

$$1.2 \quad \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 = 6; \\ 2x_1 + 3x_2 - 7x_3 = 16; \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 16. \end{cases}$$

$$1.9 \quad \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 6; \\ -4x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 16; \\ -5x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 12. \end{cases}$$

$$1.3 \quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 20; \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 3; \\ 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 = -8. \end{cases}$$

$$1.10 \quad \begin{cases} 5x_1 + x_2 - x_3 = 7; \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = 4; \\ -2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 11. \end{cases}$$

$$1.4 \quad \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6; \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 16; \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 12. \end{cases}$$

$$1.11 \quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = -2; \\ -x_1 - x_2 + x_3 = 3; \\ 2x_1 + 5x_2 + 7x_3 = 18. \end{cases}$$

$$1.5 \quad \begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 = 7; \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 4; \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11. \end{cases}$$

$$1.12 \quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 9; \\ 5x_1 + x_2 - x_3 = 11; \\ x_1 + x_2 + x_3 = 5. \end{cases}$$

$$1.6 \quad \begin{cases} 7x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 18; \\ x_1 - x_2 - x_3 = 3; \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -2. \end{cases}$$

$$1.13 \quad \begin{cases} 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8; \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1; \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4. \end{cases}$$

$$1.7 \quad \begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - x_3 = -1; \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 9; \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 13. \end{cases}$$

$$1.14 \quad \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0; \\ 2x_1 - x_2 - 5x_3 = -18; \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = -1. \end{cases}$$

$$1.15. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4; \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1; \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8. \end{cases}$$

$$1.18. \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - x_3 = -14; \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2; \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -1. \end{cases}$$

$$1.16. \begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + x_3 = 5; \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1; \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11. \end{cases}$$

$$1.19. \begin{cases} 7x_1 - x_2 - x_3 = 9; \\ x_1 + x_2 + x_3 = 7; \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -3. \end{cases}$$

$$1.17. \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 = 6; \\ 3x_1 + 2x_2 - 7x_3 = 16; \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 16. \end{cases}$$

$$1.20. \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 8; \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 7; \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 = -8. \end{cases}$$

**Завдання 2.** Задані координати точок  $A$ ,  $B$ ,  $C$  та  $D$ . Перевірити, чи є чотирикутник  $ABCD$  трапецією і чи перпендикулярні його діагоналі. Знайти довжини діагоналей.

2.1.  $A(5,4,2)$ ,  $B(7,7,3)$ ,  $C(7,10,-1)$ ,  $D(11,16,1)$ .

2.2.  $A(-1,2,2)$ ,  $B(1,4,0)$ ,  $C(-4,1,1)$ ,  $D(-5,-5,3)$ .

2.3.  $A(3,-1,2)$ ,  $B(-1,3,0)$ ,  $C(1,0,-2)$ ,  $D(5,-4,0)$ .

2.4.  $A(7,-8,4)$ ,  $B(7,4,-2)$ ,  $C(-5,10,-2)$ ,  $D(-5,-2,-4)$ .

2.5.  $A(2,1,0)$ ,  $B(0,4,-3)$ ,  $C(-2,3,-5)$ ,  $D(2,-3,1)$ .

2.6.  $A(1,1,-1)$ ,  $B(-1,2,3)$ ,  $C(2,-1,5)$ ,  $D(3,6,3)$ .

2.7.  $A(3,2,-3)$ ,  $B(2,4,6)$ ,  $C(8,3,4)$ ,  $D(9,1,-5)$ .

2.8.  $A(-3,-5,-1)$ ,  $B(2,-20,9)$ ,  $C(-6,1,2)$ ,  $D(-8,10,-7)$ .

2.9.  $A(-1,-5,-2)$ ,  $B(-4,0,-2)$ ,  $C(-7,-4,-2)$ ,  $D(-10,1,-2)$ .

2.10.  $A(6,5,3)$ ,  $B(8,8,4)$ ,  $C(8,11,0)$ ,  $D(12,17,2)$ .

2.11.  $A(1,4,4)$ ,  $B(3,6,2)$ ,  $C(-2,3,3)$ ,  $D(-3,-3,5)$ .

2.12.  $A(4,0,3)$ ,  $B(0,4,1)$ ,  $C(2,1,-1)$ ,  $D(6,-3,1)$ .

2.13.  $A(5,-10,2)$ ,  $B(5,2,-4)$ ,  $C(-7,8,-4)$ ,  $D(-7,-4,-6)$ .

2.14.  $A(3,2,1)$ ,  $B(1,5,-2)$ ,  $C(-1,4,-4)$ ,  $D(3,-2,2)$ .

2.15.  $A(3,3,1), B(1,4,5), C(4,1,7), D(5,8,5)$ .

2.16.  $A(4,3,-2), B(3,5,7), C(9,4,5), D(10,2,-4)$ .

2.17.  $A(0,-2,2), B(5,-17,12), C(-3,4,5), D(-5,13,-4)$ .

2.18.  $A(0,-4,-1), B(-3,1,-1), C(-6,-3,-1), D(-9,2,-1)$ .

2.19.  $A(1,0,-2), B(3,3,-1), C(3,6,-5), D(7,12,-3)$ .

2.20.  $A(2,5,5), B(4,7,3), C(-1,4,4), D(-2,-2,6)$ .

**Завдання 3.** Задано координати вершин трикутника  $ABC$ . Треба:

а) побудувати трикутник  $ABC$ ;

б) скласти рівняння сторони  $AB$ ;

в) скласти рівняння висоти та медіани, що проведені через вершину  $A$ ;

г) скласти рівняння прямої, що проходить через вершину  $B$  паралельно до сторони  $AC$ .

3.1.  $A(3,1), B(-1,3), C(0,-2)$ .

3.11.  $A(1,1), B(-1,2), C(0,5)$ .

3.2.  $A(1,2), B(-1,3), C(0,-2)$ .

3.12.  $A(2,4), B(0,1), C(3,-3)$ .

3.3.  $A(2,2), B(0,4), C(-3,1)$ .

3.13.  $A(-5,1), B(1,1), C(0,-4)$ .

3.4.  $A(-5,1), B(-2,3), C(1,-1)$ .

3.14.  $A(4,3), B(0,0), C(1,-2)$ .

3.5.  $A(7,6), B(1,-3), C(0,2)$ .

3.15.  $A(2,0), B(-1,1), C(1,-2)$ .

3.6.  $A(3,2), B(0,0), C(1,5)$ .

3.16.  $A(3,4), B(1,1), C(2,-1)$ .

3.7.  $A(-2,3), B(-1,-2), C(3,4)$ .

3.17.  $A(5,0), B(0,3), C(-1,-1)$ .

3.8.  $A(0,4), B(1,1), C(-1,0)$ .

3.18.  $A(2,3), B(1,7), C(-1,3)$ .

3.9.  $A(3,3), B(-3,0), C(1,-2)$ .

3.19.  $A(-1,-2), B(0,4), C(3,-2)$ .

3.10.  $A(7,5), B(1,2), C(4,-1)$ .

3.20.  $A(1,1), B(-2,-1), C(3,-3)$ .

**Завдання 4.** Обчисліть границі функцій.

4.1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + x + 1}{5x^2 - x - 3}, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)\sqrt{x+3}}{x^2 - 4}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - 1}{x}$ .

4.2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 + 2x + 3}{8x^3 + x - 1}, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x^2 + 4}}{3x^2}$ .

$$4.3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + x + 1}{5x^3 - 2x + 3}, \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+12} - 4}{x^2 - 16}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x} - 3}{5x}.$$

$$4.4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 + x + 2}{8x^3 + 3x^2 + x}, \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-5)\sqrt{4x+5}}{x^2 - 25}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{5x}.$$

$$4.5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 4x - 9}{x^4 - 2x^3 + 3}, \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4x-3} - 3}{x^2 - 9}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x\sqrt{x+9}}{x^2 + 5x}.$$

$$4.6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 7x + 3}{2x^2 + 4x - 5}, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)\sqrt{x+8}}{x^2 - 1}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+7x} - 1}{4x}.$$

$$4.7. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 + 4x - 3}{8x^2 + 2x - 1}, \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)\sqrt{x+5}}{x^2 - 16}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+3x} - 2}{6x}.$$

$$4.8. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{11x^2 + 2x - 15}{3x^2 - x - 1}, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 4)\sqrt{x+7}}{x-2}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x} - 3}{7x}.$$

$$4.9. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 + 2x - 3}{7x^3 - x - 1}, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 1)\sqrt{x+8}}{x-1}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - 2}{8x}.$$

$$4.10. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{11x^2 + 2x - 3}{6x^2 - x + 3}, \lim_{x \rightarrow 7} \frac{(x-7)\sqrt{x+2}}{x^2 - 49}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - 1}{6x}.$$

$$4.11. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x - 4}{5x^3 + x^2 + 3x}, \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)\sqrt{x+6}}{x^2 - 9}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+5x} - 1}{7x}.$$

$$4.12. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 4x - 1}{6x^2 + 2x - 3}, \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{(x^2 - 16)\sqrt{x+5}}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - 2}{10x}.$$

$$4.13. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^4 + 2x - 1}{7x^4 + x^3 + 2}, \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+1)}{x^2 - 9}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + x}{\sqrt{1+x} - 1}.$$

$$4.14. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 2x - 7x^2}{3x^2 + x + 7}, \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x+2)(x-4)}{x^2 - 16}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - 2}{x^2 + 2x}.$$

$$4.15. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + x}{7x^4 + x^3 + 2}, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{(x+5)(x-2)}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sqrt{1+x^2} - 1}.$$

$$4.16. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 + 4x - 2}{9x^2 - 2x - 3}, \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)\sqrt{1+x}}{x^2 - 9}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - 2}{11x}.$$

$$4.17. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - x - 5x^2}{2 + x + x^2}, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 1)(x+5)}{x-1}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sqrt{1+x} - 1}.$$

$$4.18. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 + 5x + 3}{7x^2 + 8x + 1}, \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x+2)(x-5)}{x^2 - 25}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x} - 3}{8x}.$$

$$4.19. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x + 3}{5x^3 + 4x^2 + x}, \lim_{x \rightarrow 6} \frac{(x-6)\sqrt{3+x}}{x^2 - 36}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+5x} - 1}{2x}.$$

$$4.20. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 + 2x^2 + 1}{2x^3 + 3x + 2}, \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)\sqrt{x+5}}{x^2 - 16}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+7x} - 1}{5x}.$$

**Завдання 5.** Обчисліть похідні заданих функцій.

$$5.1. y = 5x^2 + x + 3, y = \frac{3x}{\sin x}, y = x^2 \cos x, y = \sin x^2.$$

$$5.2. y = 7x^3 + 2x^2 + 3x, y = \frac{2x}{\cos x}, y = x^3 \sin x, y = \cos x^3.$$

$$5.3. y = 5x^4 + 2x^3 + 7x, y = \frac{3x}{\ln x}, y = x^2 \operatorname{tg} x, y = 2^{x^2}.$$

$$5.4. y = 8x^3 + 2x^2 + 1, y = \frac{2x}{\operatorname{tg} x}, y = x \cdot 3^x, y = \sin 5x^3.$$

$$5.5. y = 9x^5 + 4x^3 + 3x, y = \frac{4x}{3^x}, y = x \operatorname{tg} x, y = \cos x^3.$$

$$5.6. y = 7x^3 + 4x^2 + 5, y = \frac{2x}{\sin x}, y = x \cdot 5^x, y = x^2 \operatorname{ctg} x.$$

$$5.7. y = 3x^2 + 7x + 4, y = \frac{5x}{2^x}, y = x \operatorname{ctg} x, y = 3^{x^4}.$$

$$5.8. y = 5x^3 + 8x^2 + 4x, y = \frac{x}{\operatorname{ctg} x}, y = x \cdot 2^x, y = \sqrt{x} \operatorname{ctg} x.$$

$$5.9. y = -6x^2 + 3x + 4, y = \frac{3x}{2^x}, y = x^2 \cos x, y = \sin \sqrt{x}.$$

$$5.10. y = -7x^4 + 5x^2 + 2, y = \frac{3x}{\ln x}, y = x^2 \ln x, y = 2^{-x^2}.$$

$$5.11. y = -6x^3 + 2x^2 + 3x, y = \frac{5x}{\cos x}, y = x^3 \cdot 4^x, y = 5^{-\sqrt{x}}.$$

$$5.12. y = 3x^3 + 2x + 3, y = \frac{x}{\operatorname{tg} x}, y = x^2 \cdot 5^x, y = \operatorname{tg} x^2.$$

$$5.13. y = 7x^4 + 3x^3 + 2, y = \frac{2x}{\sin x}, y = x \cdot e^x, y = x^3 \operatorname{ctg} x.$$

$$5.14. y = 8x^3 - 4x^2 + 3x, y = x \operatorname{tg} x, y = \frac{4x^2}{\sin x}, y = 3 \sin(2x + 1).$$

5.15.  $y = 9x^2 + 2x - 3$ ,  $y = 5\cos(3x^2 + 1)$ ,  $y = x^3 \cos x$ ,  $y = \frac{x}{3\sin x}$ .

5.16.  $y = 10x^3 - 8x^2 + 5$ ,  $y = \frac{6x}{\operatorname{tg} x}$ ,  $y = x^3 \operatorname{ctg} x$ ,  $y = 7\sin(-x^2)$ .

5.17.  $y = -7x^2 - 3x + 2$ ,  $y = x^3 \cos x$ ,  $y = \frac{2x}{\operatorname{ctg} x}$ ,  $y = 5\sin^2 x$ .

5.18.  $y = 9x^3 + 5x^2 - 3x$ ,  $y = \frac{2x}{\operatorname{ctg} x}$ ,  $y = x^4 \sin x$ ,  $y = 2^{-x^3}$ .

5.19.  $y = 7x^4 + 2x^2 + 3x$ ,  $y = x^3 e^x$ ,  $y = \frac{x^2}{\sin x}$ ,  $y = \cos^3 x$ .

5.20.  $y = 11x^3 - 8x^2 + 2$ ,  $y = \frac{x^4}{\cos x}$ ,  $y = x^3 \operatorname{tg} x$ ,  $y = 2^{x^4}$ .

**Завдання 6.** Дослідить функцію та побудуйте її графік

6.1.  $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^3$ ;

6.11.  $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2$ ;

6.2.  $y = \frac{3 - x^2}{x + 2}$ ;

6.12.  $y = -\frac{1}{3}x^3 - 3x^2$ ;

6.3.  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2$ ;

6.13.  $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2$ ;

6.4.  $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2$ ;

6.14.  $y = \frac{1}{4}x^4 - x^3$ ;

6.5.  $y = \frac{3}{4}x^4 - x^3$ ;

6.15.  $y = -\frac{1}{9}x^3 - x^2$ ;

6.6.  $y = -\frac{1}{3}x^3 - x^2$ ;

6.16.  $y = -\frac{1}{3}x^3 - 2x^2$ ;

6.7.  $y = -\frac{1}{9}x^3 + x^2$ ;

6.17.  $y = -\frac{1}{4}x^4 + x^3$ ;

6.8.  $y = \frac{1}{4}x^3 + x^2$ ;

6.18.  $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2$ ;

6.9.  $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2$ ;

6.19.  $y = -\frac{1}{4}x^4 - x^3$ ;

6.10.  $y = \frac{1}{9}x^3 + x^2$ ;

6.20.  $y = \frac{1}{9}x^3 - x^2$ .

**Завдання 7.** Обчисліть невизначені інтеграли.

7.1.  $\int (x^2 + 3x + 5) dx, \int xe^x dx, \int \frac{\operatorname{tg}^3 x}{\cos^2 x} dx.$

7.2.  $\int (2x^3 + 5x^2 + 3) dx, \int x \sin x dx, \int e^x \sin e^x dx.$

7.3.  $\int (5x^4 + 7x^3 + 2x) dx, \int x \cos x dx, \int \sin^2 x \cos x dx.$

7.4.  $\int (6x^3 - 7x^2 - 3) dx, \int \ln x dx, \int \sin^3 x \cos x dx.$

7.5.  $\int (8x^2 + 5x + 4) dx, \int x 2^x dx, \int \frac{\operatorname{tg}^2 x}{\cos^2 x} dx.$

7.6.  $\int (7x^3 - 6x^2 + 2) dx, \int x 3^x dx, \int x e^{x^2} dx.$

7.7.  $\int (9x^2 - 7x + 5) dx, \int x \sin x dx, \int x \sin x^2 dx.$

7.8.  $\int (-3x^2 + 2x + 1) dx, \int x 5^x dx, \int x \cos x^2 dx.$

7.9.  $\int (-2x^3 - 6x^2 + 5) dx, \int x 4^x dx, \int \cos^2 x \sin x dx.$

7.10.  $\int (8x^3 - 2x^2 + 4x) dx, \int x \cos x dx, \int \sin^4 x \cos x dx.$

7.11.  $\int (2x^3 + 3 \sin x + 2) dx, \int x 7^x dx, \int \frac{\operatorname{tg} x}{\cos^2 x} dx.$

7.12.  $\int (2x^4 - x^2 + 1) dx, \int x e^{-x} dx, \int \frac{2x+1}{x^2+x+1} dx.$

7.13.  $\int \frac{x+x^2 e^x}{x^2} dx, \int \arcsin x dx, \int x \sqrt{1+x^2} dx.$

7.14.  $\int (2x^2 + \sin x + \cos x) dx, \int x \ln x dx, \int \frac{\sqrt{1+3 \operatorname{tg}^2 x}}{\cos^2 x} dx.$

7.15.  $\int (x^3 + 5x^2 + e^x) dx, \int \operatorname{arctg} x dx, \int \frac{3x^2+2}{x^3+2x+4} dx.$

7.16.  $\int (5x^2 + 2x - \sin x) dx, \int \ln(1+x) dx, \int x \sin x^2 dx.$

7.17.  $\int (7x^3 + 2x^2 + \cos x) dx, \int x 6^x dx, \int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx.$

7.18.  $\int (x^3 - x^2 + x + 1) dx, \int \arccos x dx, \int \frac{2x+2}{x^2+2x+3} dx.$

7.19.  $\int (7x^5 + x^4 + 2) dx, \int x 8^x dx, \int \frac{dx}{x \ln x}.$

7.20.  $\int (8x^2 + 3x + 5) dx, \int \ln(2+x) dx, \int \sin x (1 + \cos x) dx.$

**Завдання 8.** Знайдіть площу фігури, обмеженої заданими функціями.

Зробіть рисунок.

8.1.  $y = 2\sqrt{x}$ ,  $6 - y = 0$ ,  $x = 0$ .

8.2.  $y = 0$ ,  $y = 4(x - 2)$ ,  $y = (x - 1)^2$ .

8.3.  $y = \ln x$ ,  $x = e$ ,  $x = e^2$ ,  $y = 0$ .

8.4.  $y = \sqrt{4 - x^2}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$ .

8.5.  $y = x^2 - 2x + 3$ ,  $y - 3x + 1 = 0$ .

8.6.  $y = x^2 - x$ ,  $y = 3x$ .

8.7.  $y = \ln x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 2$ .

8.8.  $y = (x - 4)^2$ ,  $y = 16 - x^2$ ,  $y = 0$ .

8.9.  $y = 2x - x^2$ ,  $y + x = 0$ .

8.10.  $y + x^2 = 0$ ,  $x + y + 2 = 0$ .

8.11.  $y = 2x - x^2 + 3$ ,  $y = x^2 - 4x + 3$ .

8.12.  $y = (x + 1)^2$ ,  $y^2 = x + 1$ .

8.13.  $y = 4 - x^2$ ,  $y = x^2 - 2x$ .

8.14.  $y = \frac{5}{x}$ ,  $y + x = 6$ .

8.15.  $y = \frac{x^2}{2} - x + 2$ ,  $y = x$ ,  $x = 0$ .

8.16.  $y = x^2$ ,  $y = 2x - x^2$ .

8.17.  $y = x^2 - x$ ,  $y = 3x$ .

8.18.  $y = x^2$ ,  $y = \frac{x^2}{2}$ ,  $y = 2x$ .

8.19.  $y^2 = 2x + 1$ ,  $x - y - 1 = 0$ .

8.20.  $y = e^{2x}$ ,  $y = e^{-2x}$ ,  $x = 1$ .



**Завдання 9.** Знайдіть загальний розв'язок диференціальних рівнянь.

9.1. а)  $e^y(1+x^2)dy - 2x(1+e^y)dx = 0$ ; б)  $y'^2 + yy'' = 0$ .

9.2. а)  $2xy^2dx - ydy = yx^2dy - 6xdx$ ; б)  $y'' = \sin^2 x \cos x$ .

9.3. а)  $ye^{2x}dx + (1+e^{2x})dy = 0$ ; б)  $2yy'' = y^2 + (y')^2$ .

9.4. а)  $3e^x \operatorname{tg} y dx + (1+e^x) \frac{dy}{\cos^2 y} = 0$ ; б)  $y'' = \frac{2}{x}$ .

9.5. а)  $\sqrt{x}dy = (\sqrt{1-x} + \sqrt{x})dx$ ; б)  $y'' + \frac{y'}{x} = x$ .

9.6. а)  $y^2e^x dx - (e^x + 2)dy = 0$ ; б)  $xy'' \ln x = y'$ .

9.7. а)  $x \cos 2y dx - x^2 \sin 2y dy = 0$ ; б)  $y'' + y' \operatorname{tg} x = \sin 2x$ .

9.8. а)  $xy' - y = (x+y) \ln \frac{x+y}{x}$ ; б)  $y'' = x \ln x$ .

9.9. а)  $xy^2 dx - ydy = yx^2 dy - xdx$ ; б)  $y'' \sin 2x = \sin 4x$ .

9.10. а)  $(e^x + 5)dy - y^2 e^x dx = 0$ ; б)  $yy'' = (y')^2 + 1$ .

9.11. а)  $y(2+e^x)dy = e^x dx$ ; б)  $y'' \operatorname{tg} 5x = 5y'$ .

9.12. а)  $3yx^2(1+\ln y)dx = dy$ ; б)  $xy'' \ln x = y' + 1$ .

9.13. а)  $x\sqrt{x^2+1}dx - \sqrt{y}dy = 0$ ; б)  $xy'' + y' + x = 0$ .

9.14. а)  $(1-x^2)dy - (2xy^2 + xy)dx = 0$ ; б)  $y'' = 4^x + \frac{1}{e^x}$ .

9.15. а)  $2x^2 y dy = (3+y^2)dx$ ; б)  $(1+\cos 2x)y'' = -2\sin 2x \cdot y'$ .

9.16. а)  $\sqrt{y^2+1}dx = xydy$ ; б)  $xy'' + y' = 0$ .

9.17. а)  $y^2 dy + \operatorname{ctg} x dx = y^3 \operatorname{ctg} x dx$ ; б)  $y'' = 2(y'-1) \operatorname{tg} x$ .

9.18. а)  $x(y^2+1)dx - ye^{x^2}dy = 0$ ; б)  $y'' = \ln x + 1$ .

9.19. а)  $x dy = x^2 e^{-y} dx + 2dy$ ; б)  $y'' \operatorname{tg} x = 2y'$ .

9.20. а)  $x^2 y' = y^2 + 6xy + 6x^2$ ; б)  $yy'' + (y')^2 = 2$ .

**Завдання 10.** Знайдіть екстремум функції двох змінних

10.1.  $z = e^{-\frac{y}{2}}(x^2 - y)$ .

10.2.  $z = xy \ln(x^2 + y^2)$ .

10.3.  $z = e^{-\frac{x}{2}}(y^2 - x)$ .

10.4.  $z = 8x^3 - y^3 - 12xy - 1$ .

10.5.  $z = e^{-\frac{x}{2}}(x^2 + y^2)$ .

10.6.  $z = 2x^3 + 6xy^2 - 30x - 24y + 1$ .

10.7.  $z = 2y\sqrt{x} - y^2 - 3x + 8y$ .

10.8.  $z = e^{-\frac{x}{4}}(5x^2 - y^2)$ .

10.9.  $z = 2x^3 + y^2 + 6xy + 12x - 2$ .

10.10.  $z = x^2 - 4x\sqrt{y} - 2x + 5y + 3$ .

10.11.  $z = x^3 - 8y^3 - 6xy + 5$ .

10.12.  $z = x^3 - xy^2 + 3x^2 + y^2 - 1$ .

10.13.  $z = xy^2 + x^3 + 6xy$ .

10.14.  $z = x^2 - 2xy + 2y^3 - y^4$ .

10.15.  $z = e^{-2x^2}(x - y^2)$ .

10.16.  $z = e^{\frac{x}{2}}(x + y^2)$ .

10.17.  $z = 3x^2 - 2x\sqrt{y} + y - 8x + 8$ .

10.18.  $z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$ .

10.19.  $z = 2 + (x - y)^2 + (y - 1)^4$ .

10.20.  $z = x\sqrt{y} - x^2 - y + 6x + 3$ .