ЛАБОРАТОРНЕ ЗАНЯТТЯ 2

Загальна теорія систем лінійних алгебраїчних рівнянь

1 ЧАСТИНА

Мета: навчитись використовувати функції математичного пакету Octave для роботи з матрицями і векторами для розв'язання задач лінійної алгебри.

Завдання: знайти розв'язки систем лінійних алгебраїчних рівнянь **за правилом Крамера, методом оберненої матриці, методом Гаусса** (за варіантами).

Вказівки до виконання та оформлення роботи

1. Для розв'язання системи $\begin{cases} -x_1 - 4x_2 - x_3 = -4, \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = -3, \\ -3x_1 - x_2 + 6x_3 = 1 \end{cases}$ **за правилом Крамера** використовуються функції, представлені в наступному лістингу. Зауважте, що окрім послідовності функцій, у лістингу наведені обов'язкові коментарі, які повинні бути у звіті. Чорним кольором наведено те, що вводиться у командний рядок, червоним – результат обчислень в математичному пакеті Octave.

```
#Знаходження розв'язку системи за правилом Крамера
#Матриця системи
A=[-1 -4 -1;2 3 3;-3 -1 6]
A =
-1  -4  -1
 2   3   3
-3  -1   6
#Вектор вільних коефіцієнтів
B=[-4;-3;1]
B =
-4
```

```
-3
 1
#Допоміжні матриці
A1=A; A1(:,1)=B
A1 =
-4  -4  -1
-3   3   3
 1  -1   6
A2=A; A2(:,2)=B
A2 =
-1  -4  -1
 2  -3   3
-3   1   6
A3=A; A3(:,3)=B
A3 =
-1  -4  -4
 2   3  -3
-3  -1   1
#Визначники
d=det(A)
d = 56
d1=det(A1)
d1 = -168
d2=det(A2)
d2 = 112.00
d3=det(A3)
d3 = -56.000
#Вектор розв'язків
X=[d1/d;d2/d;d3/d]
X =
 -3.0000
 2.0000
-1.0000
#Перевіряємо, чи дійсно A*X=B
A*X
ans =
-4.0000
-3.0000
 1.0000
```

2. Для розв'язання системи $\begin{cases} -x_1 - 4x_2 - x_3 = -4, \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = -3, \\ -3x_1 - x_2 + 6x_3 = 1 \end{cases}$ **методом оберненої**

матриці використовуються функції, представлені в наступному лістингу. Зауважте, що окрім послідовності функцій, у лістингу наведені обов'язкові коментарі, які повинні бути у звіті.

```
#Знаходження розв'язку системи методом оберненої матриці
#Матриця системи
A=[-1 -4 -1;2 3 3;-3 -1 6]
A =
-1  -4  -1
 2   3   3
-3  -1   6
#Вектор вільних коефіцієнтів
B=[-4;-3;1]
B =
-4
-3
 1
#Вектор розв'язків
X=inv(A)*B
X =
-3.0000
 2.0000
-1.0000
#Перевіряємо, чи дійсно A*X=B
A*X
ans =
-4.0000
-3.0000
 1.0000
```

3. Для розв'язання системи $\begin{cases} -x_1 - 4x_2 - x_3 = -4, \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = -3, \\ -3x_1 - x_2 + 6x_3 = 1 \end{cases}$ **методом Гаусса** використовуються функції, представлені в наступному лістингу. Зауважте, що окрім послідовності функцій, у лістингу наведені обов'язкові коментарі, які повинні бути у звіті.

```
#Знаходження розв'язку системи методом Гаусса
#Матриця системи
```

```
A=[-1 -4 -1;2 3 3;-3 -1 6]
A =
-1  -4  -1
 2   3   3
-3  -1   6
#Вектор вільних коефіцієнтів
B=[-4;-3;1]
B =
-4
-3
 1
#Розширена матриця системи
C=([A B])
C =
-1  -4  -1  -4
 2   3   3  -3
-3  -1   6   1
#Приведена методом Жордана-Гаусса розширена матриця системи
C=rref([A B])
C =
1.0000         0        0  -3.0000
     0    1.0000        0   2.0000
     0         0   1.0000  -1.0000
#Вектор розв'язків
X=C(:,4)
X =
-4
-3
 1
#Перевіряємо, чи дійсно A*X=B
A*X
ans =
-4.0000
-3.0000
 1.0000
```

2 ЧАСТИНА

Мета: навчитись використовувати функції математичного пакету Octave для побудови графіків функцій у декартовій системі координат.

Завдання: побудувати графіки елементарних функцій у математичному пакеті Octave.

Вказівки до виконання та оформлення роботи

В Таблиці наведені функції для **визначення елементарних функцій** в Octave.

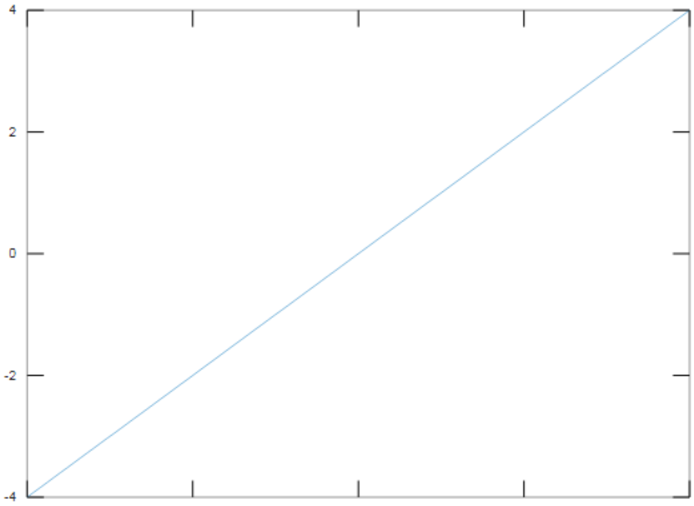
<table>
<tr><th colspan="2">Степенева функція</th><th colspan="2">Показникова функція</th></tr>
<tr><td>x^n
$\sqrt{x}$</td><td>$x^\wedge n$
sqrt(x)</td><td>a^x</td><td>$a^\wedge x$</td></tr>
<tr><th colspan="2">Експоненціальна функція</th><th colspan="2">Логарифмічна функція за основами 2 та 10</th></tr>
<tr><td>e^x</td><td>$\exp(x)$</td><td>$\log_2 x$
$\log x$</td><td>$\log 2(x)$
$\log 10(x)$</td></tr>
<tr><th colspan="2">Натуральний логарифм</th><th colspan="2">Тригонометричні та обернені тригонометричні функції</th></tr>
<tr><td>$\ln x$</td><td>$\log(x)$</td><td>$\sin x$
$\arcsin x$</td><td>$\sin(x)$
$a\sin(x)$</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>$\cos x$
$\arccos x$</td><td>$\cos(x)$
$a\cos(x)$</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>tgx
$arctgx$</td><td>$\tan(x)$
$a\tan(x)$</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>$ctgx$
$arcctgx$</td><td>$\cot(x)$
$a\cot(x)$</td></tr>
</table>

Для того, щоб побудувати графік функції $y = f(x)$ у декартовій системі координат розглянемо два найпростіших підходи.

1. Спочатку необхідно визначити інтервал зміни x (функція `linspace(start, end, length)`), визначити саму функцію `y = f(x)` та використати для зображення графіку функцію `plot(x, y)`. Функція `figure` створює нову форму для графіка. Розглянемо побудову графіка функції $y = x$ на проміжку [–4;4] на наступному лістингу.

```
x = linspace(-4, 4);
y = x;
plot(x, y);
```

```
figure;
```



2. Другий метод простіший – для побудови того ж самого графіку достатньо на першому кроці визначити інтервал зміни *x* (`x = -4:0.1:4`) від -4 до 4, а на другому за допомогою функції `plot (x, x)`, де в дужках на першому місці стоїть змінна *x*, а на другому вираз функції $y = x$.

```
x = -4:0.1:4;
plot (x, x);
```

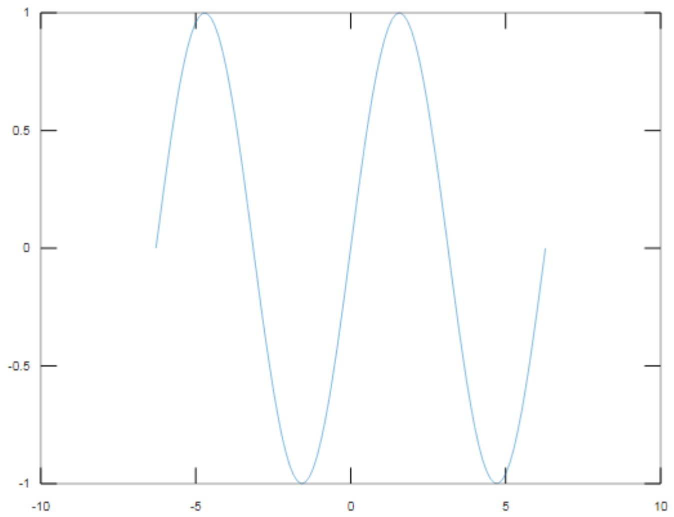
Приклади. На наступному лістингу представлено побудову графіку функції $y = \sin x$ на проміжку $[-2\pi;2\pi]$.

1 метод

```
x = linspace(-2*pi, 2*pi);
y = sin(x);
plot(x, y);
figure;
```

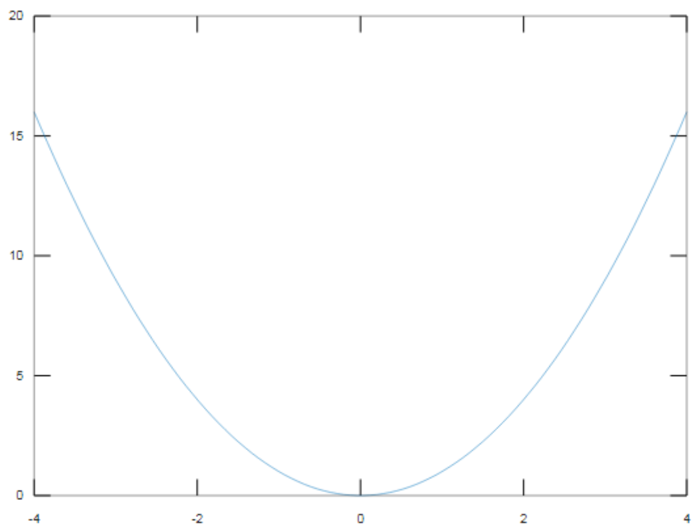
2 метод

```
x = -2*pi:0.1:2*pi;
plot (x, sin (x));
```



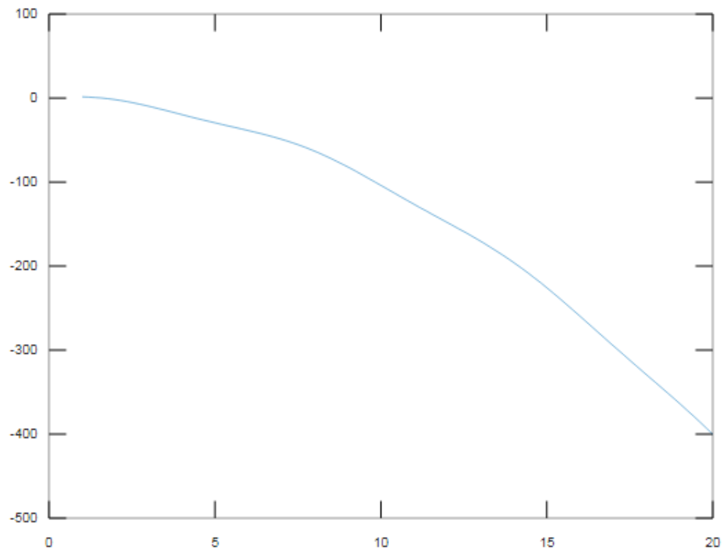
Для побудови степеневих функцій необхідні деякі зауваження – з того, що при побудові графіків x та y є векторними змінними, при визначенні, наприклад, функції $y = x^2$ замість звичного для Octave $y = x\verb|^|2$ необхідно записати $y = x.\verb|^|2$ або $y = x.*2$, тобто просто поставити крапку перед оператором степені або множення.

```
x = linspace(-4, 4);
y = x.^2;
plot(x, y);
figure;
```

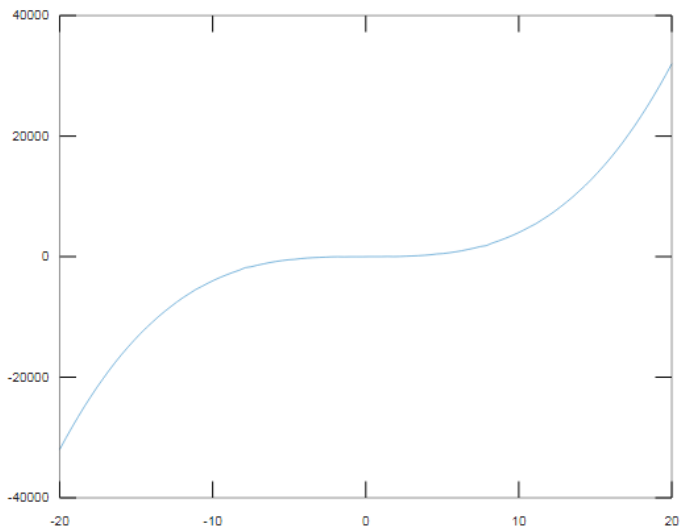



```
x = linspace(1, 20);
y = -x.^2+3*sin(x)-log(x);
plot(x, y);
```

```
figure;
```




```
x = linspace(-20, 20);
y = 4*(x.^3)+3*tan(x);
plot(x, y);
figure;
```



Побудова двох графіків функцій на одному рисунку.

```
x = -2*pi:0.1:2*pi;
plot (x, sin (x), x, cos(x));
```

Побудова трьох графіків функцій на одному рисунку.

```
x = linspace(-4, 4);
y = x; z=x.^2; w=-x.^3;
plot(x, y, x, z, x, w);
figure;


x = -pi:0.1:pi;
plot (x, sin (x), x, cos(x), x, x.^2);


x = -4:0.1:4;
plot (x, x.^3 , x, -x.^2+1, x, x.^2);
```

Задачі для лабораторного заняття та самостійної роботи

2.1. Побудувати на одному рисунку:

а) графік функцію $y=-3x^2+\sin 2x-e^x$, на проміжку $[-4;4]$;

б) графіки функцій $y=-3\ln x-\frac{1}{x}+x^3, y=-200x+5$ на проміжку $[1;10]$;

в) графіки функцій $y=\sin x, y=3\sin x, y=\sin 3x$ на проміжку $[-2\pi;2\pi]$.

Після проведених обчислень результати необхідно оформити у звіт. Вимоги до оформлення:

1. Загальні технічні вимоги:

– ім'я файлу Лаб2Фамілія.pdf

– орієнтація – книжна;

– поля: всі по 20 мм;

– міжрядковий інтервал – 1,5 (без додаткових інтервалів до та після абзаців);

– шрифт – Times New Roman (для основного тексту), Courier New (для лістингу програми);

– розмір шрифту (кегль) – 14;

– вирівнювання – за шириною рядка.

2. Приклад оформлення:

Лабораторна робота №2

Тема: Загальна теорія систем лінійних алгебраїчних рівнянь

Звіт студента(-ки) групи ______________

ПІБ

Варіант __

Завдання 1: знайти розв'язки системи лінійних алгебраїчних рівнянь (за варіантами) **за правилом Крамера, методом оберненої матриці, методом Гаусса.**

1. Лістинг розв'язання **за правилом Крамера** (Octave)
2. Лістинг розв'язання **методом оберненої матриці** (Octave)
3. Лістинг розв'язання **методом Гаусса** (Octave)

$$1)\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 17, \\ 3x_1 - 2x_2 + 6x_3 = 66, \\ -7x_1 - x_2 + 5x_3 = 34; \end{cases} \quad 2)\begin{cases} 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 = -24, \\ -2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = -20, \\ 6x_1 - x_2 - 2x_3 = -9; \end{cases} \quad 3)\begin{cases} -2x_1 - 4x_2 + 2x_3 = -26, \\ 3x_1 - 4x_2 + x_3 = -19, \\ 2x_1 + 5x_2 - 7x_3 = 41; \end{cases}$$

$$4)\begin{cases} -x_2 + 4x_3 = 19, \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 = -9, \\ 5x_1 - x_2 - 3x_3 = -19; \end{cases} \quad 5)\begin{cases} 5x_1 - 2x_3 = 13, \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -30, \\ 3x_1 + x_2 - 6x_3 = 32; \end{cases} \quad 6)\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 = -5, \\ -3x_1 + 5x_2 - x_3 = 15, \\ 2x_2 - 4x_3 = 12; \end{cases}$$

$$7)\begin{cases} -2x_1 + x_2 + 2x_3 = -6, \\ -4x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -13, \\ -2x_1 + 3x_3 = -3; \end{cases} \quad 8)\begin{cases} 5x_1 + 4x_2 - 6x_3 = 27, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -9, \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -15; \end{cases} \quad 9)\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = -4, \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 = -6, \\ -8x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -13; \end{cases}$$

$$10)\begin{cases}2x_1-x_2+3x_3=15,\\4x_1-2x_2-x_3=-5,\\7x_1-4x_2+3x_3=14;\end{cases}\quad 11)\begin{cases}-2x_1-2x_3=-8,\\8x_1-3x_2-5x_3=-47,\\2x_1-x_2+3x_3=19;\end{cases}\quad 12)\begin{cases}3x_1-2x_2+x_3=11,\\9x_2-3x_3=-30,\\-7x_1+3x_2+4x_3=3;\end{cases}$$

$$13)\begin{cases}-3x_1+2x_2=12,\\-6x_1+8x_2-x_3=41,\\-4x_1-3x_2+7x_3=-36;\end{cases}\quad 14)\begin{cases}2x_1-4x_2+3x_3=14,\\5x_1-x_2+2x_3=-5,\\4x_1-4x_2+6x_3=20;\end{cases}\quad 15)\begin{cases}-3x_1+2x_2+3x_3=3,\\2x_1-4x_2+3x_3=16,\\-6x_1+3x_2+4x_3=5;\end{cases}$$

$$16)\begin{cases}2x_1-4x_2+4x_3=24,\\x_1+2x_2-3x_3=-9,\\-2x_1+x_2+7x_3=-1;\end{cases}\quad 17)\begin{cases}-x_1+5x_2-3x_3=21,\\x_1+2x_2+3x_3=7,\\-3x_1-x_2+5x_3=13;\end{cases}\quad 18)\begin{cases}x_1-4x_2+3x_3=22,\\6x_1-2x_2-3x_3=23,\\3x_1-2x_2-2x_3=15;\end{cases}$$

$$19)\begin{cases}-x_1+3x_2-2x_3=-10,\\-4x_1+5x_2+x_3=-6,\\-x_1+2x_2+2x_3=3;\end{cases}\quad 20)\begin{cases}x_1+4x_2-7x_3=28,\\2x_1+2x_2-8x_3=26,\\x_1+x_2-2x_3=7;\end{cases}\quad 21)\begin{cases}-3x_1+4x_2-2x_3=-31,\\-2x_1+3x_2-3x_3=-29,\\6x_1-x_2-5x_3=-9;\end{cases}$$

$$22)\begin{cases}2x_1-4x_2+3x_3=-37,\\x_1-3x_2+5x_3=-28,\\-5x_1+3x_2-x_3=44;\end{cases}\quad 23)\begin{cases}-x_1+3x_2-3x_3=25,\\-4x_1+3x_2+2x_3=-6,\\3x_1+3x_2-2x_3=28;\end{cases}\quad 24)\begin{cases}-7x_1+2x_2+4x_3=-28,\\-x_1+3x_2-2x_3=1,\\6x_1-3x_2-2x_3=21;\end{cases}$$

$$25)\begin{cases}5x_1+2x_2-4x_3=-24,\\-3x_1+6x_2-4x_3=-12,\\x_1-x_2-2x_3=-7;\end{cases}\quad 26)\begin{cases}-4x_1+3x_2-x_3=-16,\\3x_1-3x_2+4x_3=3,\\-x_1+5x_2-2x_3=-3;\end{cases}\quad 27)\begin{cases}-2x_1+3x_2-4x_3=20,\\5x_1-3x_2-2x_3=-29,\\x_1+2x_2-6x_3=5.\end{cases}$$

Завдання 2: Лістінг завдання 2.1.