

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ЕКОНОМІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ СЕМЕНА КУЗНЕЦЯ**

Кафедра вищої математики та  
економіко-математичних методів

Завдання до самостійної роботи студентів  
з навчальної дисципліни «ВИЩА ТА ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА»

Харків, 2017 р.

**Завдання 1.** Розв'язати систему лінійних алгебраїчних рівнянь:

1) методом Крамера та методом Жордана – Гаусса; 2) дослідити систему на сумісність та у разі сумісності розв'язати її методом Жордана – Гаусса.

$$1.1. \quad \text{a)} \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 4 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 3; \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 2 \\ 7x_1 - 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 5 \\ 5x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 6x_4 = 3 \end{cases} .$$

$$1.2. \quad \text{a)} \begin{cases} x_1 - 3x_3 = 5 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = -4; \\ 5x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 3 \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 - 6x_2 + 5x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 1 \\ 4x_1 - x_2 + 3x_3 = 3 \end{cases} .$$

$$1.3. \quad \text{a)} \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -2 \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 = -6; \\ x_1 - x_2 + x_3 = 4 \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1 \end{cases} .$$

$$1.4. \quad \text{a)} \begin{cases} x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 8 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 7; \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 8 \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 7 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = -2 \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 23 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 12 \end{cases} .$$

$$1.5. \quad \text{a)} \begin{cases} x_1 + 4x_2 - 2x_3 = -7 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 8; \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 5 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = 3 \\ 3x_1 + 4x_2 - 7x_3 = 0 \end{cases} .$$

$$1.6. \quad \text{a)} \begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 = -4 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 8; \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 = 2 \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} x_1 - 5x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 - 10x_2 + 3x_4 = 0 \\ 4x_1 - 20x_2 + 6x_3 + x_4 = 2 \end{cases} .$$

$$1.7. \quad \text{a)} \begin{cases} x_1 + 4x_2 - 3x_3 = -4 \\ -2x_1 + x_2 - x_3 = -8; \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 12 \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_4 - 4x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 - x_5 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 + 3x_5 = 0 \end{cases} .$$

$$1.8. \quad \text{a)} \begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 14 \\ x_1 - 3x_2 - x_3 = 1; \\ -2x_1 - x_2 + x_3 = -6 \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 3 \\ 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 4 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 12. \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 7 \end{cases} .$$

$$1.9. \quad \text{a)} \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - x_3 = 3 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = -4; \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8 \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = -1 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1 \end{cases} .$$

$$1.10. \quad \text{a)} \begin{cases} 3x_1 - x_2 - x_3 = 8 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 3; \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 2 \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} x_1 + 17x_2 - 10x_3 - 3x_4 + 5x_5 = 3 \\ -x_1 - 10x_2 + 6x_3 + 2x_4 - 3x_5 = -2. \\ x_1 + 6x_2 - 3x_3 - x_4 + 2x_5 = 3 \end{cases} .$$

$$1.11. \quad \text{a)} \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -3 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 5; \\ -3x_1 + x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} -x_1 - 7x_2 + 4x_3 + 2x_4 + 17x_5 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - x_5 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 + 9x_5 = 4 \end{cases} .$$

$$1.12. \quad \text{a)} \begin{cases} 3x_1 + 2x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2; \\ -3x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} -12x_1 - 8x_2 + x_3 - 3x_4 + 8x_5 = 14 \\ 8x_1 + 4x_2 - x_3 + 2x_4 - 5x_5 = -9 \\ -5x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + 3x_5 = 6 \end{cases} .$$

$$1.13. \quad \text{a)} \begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 = 4 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = -4; \\ -3x_1 - x_2 - 2x_3 = -3 \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 7 \\ -x_1 - 15x_2 + 2x_3 - 5x_4 - x_5 = -5. \\ x_1 + 9x_2 - x_3 + x_4 = 4 \end{cases} .$$

$$1.14. \text{ а) } \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 6; \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 - 5x_2 + x_3 - 3x_4 + 5x_5 = 9 \\ 2x_2 - x_3 + 2x_4 - 3x_5 = -6. \\ x_3 - x_4 + 2x_5 = 5 \end{cases}$$

$$1.15. \text{ а) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = -3 \\ x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ -3x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -10 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 8x_1 - 3x_2 + x_3 + 13x_4 + 46x_5 = 3 \\ 5x_1 - 2x_2 + x_3 + 9x_4 + 30x_5 = 2; \\ 3x_1 - x_2 + x_3 + 6x_4 + 18x_5 = 2 \end{cases}$$

$$1.16. \text{ а) } \begin{cases} -x_1 + 3x_2 - x_3 = 9 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 8. \\ -3x_1 + x_2 + x_3 = -1 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + x_3 - 3x_4 + 5x_5 = 3 \\ -2x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 - 3x_5 = -2; \\ 2x_1 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 3 \end{cases}$$

$$1.17. \text{ а) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 = 4 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 4; \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 6 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 8x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 + 12x_5 = 8 \\ -5x_1 + 2x_2 - x_3 - 7x_5 = -6. \\ 3x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + 3x_5 = 5 \end{cases}$$

$$1.18. \text{ а) } \begin{cases} -x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 7; \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 5 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x_1 + 8x_2 + 3x_4 + 9x_5 = 8 \\ -x_1 - 15x_2 + 2x_3 - 5x_4 - 4x_5 = -5. \\ x_1 + 9x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 4 \end{cases}$$

$$1.19. \text{ а) } \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -5 \\ -x_1 + x_2 - x_3 = -6; \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 8 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 8x_1 + 3x_2 + x_3 - 3x_4 + 17x_5 = 8 \\ -5x_1 - 2x_2 - x_3 + 2x_4 - 10x_5 = -6. \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 + 5x_5 = 5 \end{cases}$$

$$1.20. \text{ а) } \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -4 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = -7; \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 15 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x_1 + 8x_2 + 3x_4 + 9x_5 = 16 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 5x_4 - 4x_5 = -13. \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 10 \end{cases}$$

**Завдання 2.** Знайти границі функцій.

$$2.1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 - 14x + 17}{12x^3 + 7x - 3}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2}{2x^3 + 5x - 1}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^5 - 2x + 4}{2x^4 + 3x^2 + 1};$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + x - 14}{x^2 + 3x - 10}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - 1}{x}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - \sin x}{\operatorname{tg} x}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-4}{x+3} \right)^{x+1}.$$

$$2.2. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4 + 5x + 10}{2x^3 + 15x + 2}; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 4x + 1}{2x^3 - 4x^2 + 5}; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x - 5}{7x^3 - 2x^2 + 1};$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 10x - 24}{x^2 + 5x - 14}; \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{2+x} - 3}{x-7}; \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\arcsin(x+2)}{x^2 + 2x}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-4}{2x+3} \right)^{2x+1}.$$

$$2.3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^4 + 7x + 6}{2x^3 + 10x^2 - 3}; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^4 - 3x^2 + 7}{x^4 + 2x^3 + 1}; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 7x - 4}{x^5 + 2x - 1};$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 4x - 16}{x^2 - 5x + 4}; \lim_{x \rightarrow -4} \frac{3 - \sqrt{x^2 - 7}}{\sqrt{x+8} - 2}; \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin 3(x-1)}{x - x^2}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x^2 + 2}{5x^2} \right)^x.$$

$$2.4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 3x - 2}{5x^2 + 3x - 1}; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - x^6}{x^2 - 2x + 5}; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - x + 7}{3x^4 - 5x^2 + 10};$$

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 8x + 16}{2x^2 + 9x + 4}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\operatorname{arctg} 2x}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+1}{2x-4} \right)^{x-1}.$$

$$2.5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 2x + 5}{2x^2 + 4x - 3}; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 4x^2 + 28x}{5x^3 + 3x^2 + x - 1}; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 + 7x - 1}{3x^4 + 2x + 5};$$

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 5x - 6}{x^2 - 3x - 18}; \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+x} - 2}{x-1}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 5x}{\sin x - \sin 3x}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+1}{x-3} \right)^{x-4}.$$

$$2.6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 7x^2 + 5}{10x^4 - 11x + 8}; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 10x + 3}{2x^2 + 5x - 3}; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 2x + 1}{3x^2 + 2x - 5};$$

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 10x + 21}{x^2 - 14x + 49}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x}}{x}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cdot \sin x}{\operatorname{arctg}^2(3x)}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-1}{x+2} \right)^{x+2}.$$

$$2.7. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 - x^4 - 3x}{4x^4 + 3x - 2}; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^4 + x^2 + x}{x^4 + 3x - 2}; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^6 - 5x^2 + 2}{2x^3 + 4x - 5};$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 - 8x + 15}; \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{5+x}}{1 - \sqrt{5-x}}; \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\arcsin(1-2x)}{4x^2 - 1}.$$

$$2.8. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 - 4x + 7}{6x^4 + 2x - 10}; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 7x + 3}{5x^2 - 3x + 4}; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^2 - 4x + 2}{4x^3 + 2x - 5};$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 5x - 12}{x^2 + x - 20}; \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x-2} - 2}{\sqrt{x+2} - 2}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{3x}}{\operatorname{tg} 2x}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-1}{2x+3} \right)^{x+3}.$$

$$2.9. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^5 + 4x^4 - 3}{5x^4 - 3x^2 + 6}; \quad \text{B)} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2 + 3x + 1}{3x^2 + x - 5}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7x^2 + 5x + 9}{1 + 4x - x^3};$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 4x + 2}{x^2 - 5x + 4}; \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5x-1}}{x-1}; \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\arcsin 5(x-1)}{x-1}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x+1}{3x-1} \right)^{4x}.$$

$$2.10. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 + 8x^2 + 1}{12x^3 - 9x + 5}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + x^2 - 6}{2x^2 + 3x + 1}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^2 - 4x + 2}{4x^3 + 2x - 5};$$

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 8x + 16}{2x^2 + 9x + 4}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\operatorname{arctg} 2x}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x-1}{4x+5} \right)^{3x-1}.$$

$$2.11. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - x + 4}{2x^3 - 4x^2 + 3}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 5x - 7}{2x^2 - x + 10}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7x^5 + 6x^4 - x^3}{2x^2 + 6x + 1};$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 7x - 6}{2x^2 + x - 21}; \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - 2}{x-1}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\arcsin 2x}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-1}{2x+1} \right)^x.$$

$$2.12. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^5 + 4x + 3}{10x^3 + 5x^2 - 1}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + 2x + 1}{x^4 - x^3 + 3x^3}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4 - 3x - 2x^2}{3x^4 + 5x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 2x - 8}{x^2 + 4x + 4}; \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{5x+1} - 4}{x^2 + 2x - 15}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{1 - e^{-x}}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-1}{2x+3} \right)^{x-4}.$$

$$2.13. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3 + 5x - 1}{2x^3 + 4x^2 + 3}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^3 - 3x^2 + 7}{2x^4 + 3x^2 + 1}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7 - 3x^4}{2x^3 + 3x^2 - 5};$$

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 3x - 40}{x^2 - 10x + 16}; \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{5+x} + 2}{-1-x}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \arcsin 3x}{\operatorname{tg} 3x}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x+4}{3x-1} \right)^{4x-3}.$$

$$2.14. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 + 7x + 2}{2x^2 - 2x + 5}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x + 1}{1 + 2x - x^4}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8x^4 + 7x^3 - 3}{3x^3 - 5x + 1};$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{9x^2 - 1}{9x^2 - 6x + 1}; \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{3x+1} - 4}{x^2 - 5x}; \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\arcsin(4-x)}{x^2 - 3x - 4}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-1}{x+3} \right)^{x+2}.$$

$$2.15. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3 + 5x - 4}{3x^4 + 6x + 11}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 7x - 2}{3x^3 - x - 4}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 + 3x^2 + 5}{3x^2 - 4x + 1};$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{8x^3 - 1}{4x^2 - 4x + 1}; \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{x+1} - 3}{4 - \sqrt{x+8}}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{x - x^2}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x+1}{5x-1} \right)^{2x}.$$

$$2.16. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{25x^4 + 7x^3 - 3}{8x^5 + 5x + 4}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{18x^2 + 5x}{8 - 9x^2 - 3x}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 - 3x + 1}{7x + 5};$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{9x^2 - 6x + 1}{3x^2 + 2x - 1}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x+1} - \sqrt{1-2x}}{x^2}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{x^2}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+4}{2x-1} \right)^{2x-3}.$$

$$2.17. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + 7x^4 - 12}{3x^5 + 6x^3 - 3x}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{11x^3 + 3x}{2x^2 - 2x + 1}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x - 7}{3x^4 + 2x^3 + 1};$$

$$\lim_{x \rightarrow 0,1} \frac{10x^2 - 21x + 2}{x^2 + 0.9x - 0.1}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x+1} - \sqrt{1-2x}}{x^2}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 5x}{e^{10x} - 1}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+3}{x-2} \right)^{x-3}.$$

$$2.18. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 + 4x^2 - 2}{7x^4 - 2x + 5}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 + 4x - 5}{4x^2 - 3x + 2}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8x^2 + 3x + 5}{4x^3 - 2x^2 + 1};$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 + x - 6}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{x}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{\sin 5x}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x+1}{3x-1} \right)^{x+2}.$$

$$2.19. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 + 4x^2 - 3}{7x^4 + 3x + 6}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^4 - 4x^2 + 3}{2x^4 + 1}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x^3 + 5x^2 - 3}{2x^2 - x + 7};$$

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{4x^2 + 4x + 1}{2x^2 + 3x + 1}; \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{2 - \sqrt{2x-4}}; \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\arcsin(1-x)}{x^2 - 1}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x-1}{4x+1} \right)^{2x}.$$

$$2.20. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 8x - 3}{3x^3 + 5x^2 + 5}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 4x - 7}{x^4 - 2x^3 + 1}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4 + 5x}{2x^2 - 3x - 7};$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 10x + 25}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{\sqrt{x+4} - 2}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \sin 5x}{x \operatorname{tg} 2x}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x-2}{3x+3} \right)^{2x}.$$

**Завдання 3.** Знайти похідні функцій.

$$3.1. y = \left( 2\sqrt{x} - \frac{3}{x^3} + 4 \right)^5 + \sqrt[3]{3x^4 + 2x - 5}; y = \frac{e^{\arccos^3 x}}{\sqrt{x+5}} + \frac{9 \operatorname{arctg}(x+7)}{(x-1)^2};$$

$$y = \cos(6x - 4) \cdot \ln(2 + x) + \operatorname{tg}^4 3x \cdot \arcsin 2x^3.$$

$$3.2. y = \left( 4\sqrt[3]{x} + \frac{2}{x^2} - 4 \right)^3 + \sqrt[3]{(x-3)^4}; y = \frac{(x-4)^2}{e^{\arctg x}} + \frac{8 \arctg(2x+3)}{(x+1)^3};$$

$$y = \sin(4x-6) \cdot e^{x+2} + (x-2)^4 \arcsin 5x^4.$$

$$3.3. y = \left( 5\sqrt[3]{x} - \frac{2}{x^5} - 7 \right)^4 + \sqrt{(x-4)^5}; y = \frac{e^{-x^3}}{\sqrt{x^2+5x-1}} + \frac{7 \arccos(4x-1)}{(x+2)^4};$$

$$y = \operatorname{tg}(3x+5) \cdot 2^{4x-1} + (x+6)^5 \operatorname{arcctg} 3x^5.$$

$$3.4. y = \left( \frac{2}{\sqrt{x}} - 3x^4 + 8 \right)^2 + \sqrt[5]{7x^2 - 3x + 5}; y = \frac{\sqrt{7x^3 - 5x + 2}}{e^{\cos x}} + \frac{6 \arcsin(x+5)}{(x-2)^5};$$

$$y = \operatorname{ctg}(5x+3) \cdot \log_5(x-4) + 2^{-x^3} \cdot \arctg 7x^4.$$

$$3.5. y = \left( \frac{2}{\sqrt[4]{x}} - 2x^2 - 7 \right)^4 + \sqrt[4]{3x^2 - x + 5}; y = \frac{e^{\operatorname{ctg} 5x}}{3x^2 - 4x + 2} + \frac{9 \arccos 3x}{(x+2)^5};$$

$$y = \cos(8x+2) \cdot e^{3x-4} + 3^{\cos x} \ln(x^2 - 3x + 7).$$

$$3.6. y = \left( \frac{7}{\sqrt[7]{x}} + 4x^3 - 3 \right)^4 + \sqrt{3x^4 - 2x^3 + x}; y = \frac{e^{\operatorname{tg} 3x}}{\sqrt{3x^2 - x + 4}} + \frac{9 \arctg(3x+2)}{(x-3)^2};$$

$$y = \sin(2x+8) \cdot \log_4(2x+1) + \arccos^3 5x \cdot \operatorname{tg} x^4.$$

$$3.7. y = \left( 3\sqrt[4]{x} + \frac{3}{x^5} - 2 \right)^2 + \sqrt[3]{(x-7)^5}; y = \frac{e^{\sin x}}{(x-5)^7} + \frac{9 \arccos 3x}{(x+2)^5};$$

$$y = \operatorname{tg}(x-8) \cdot \ln(x+2) + \log_2(x-7) \cdot \arctg \sqrt{x}.$$

$$3.8. y = \left( 3x^4 - \frac{2}{\sqrt[5]{x}} + 3 \right)^3 + \sqrt[5]{(x+4)^6}; y = \frac{\sqrt[3]{2x^2 - 3x + 1}}{e^{-x}} + \frac{9 \arcsin(3x+8)}{(x-7)^3}$$

$$y = \operatorname{ctg}(8x-1) \cdot 3^{2+x} + (x-5)^7 \cdot \operatorname{arcctg} 7x^3.$$



$$3.9. y = \left( 5x^5 - \frac{3}{\sqrt[5]{x}} - 11 \right)^4 + \sqrt{5x^2 - 4x + 3}; y = \frac{\sqrt{x^3 + 4x - 5}}{e^{x^3}} + \frac{7 \operatorname{arctg}(4x + 1)}{(x - 4)^2}$$

$$y = \cos(x - 9) \cdot 4^{2x+3} + \arccos x^2 \cdot \operatorname{ctg} 7x^3.$$

$$3.10. y = \left( 8x^2 - \frac{2}{x^{2/3}} + 2 \right)^5 + \sqrt[3]{4x^2 - 3x - 4}; y = \frac{e^{\operatorname{ctg} 5x}}{(x + 4)^3} + \frac{3 \arcsin(2x - 7)}{(x + 2)^4};$$

$$y = \sin(9x - 1) \cdot \ln(3x + 2) + 5^{-x^2} \cdot \arccos 5x^4;$$

$$3.11. y = \left( 3x^9 + \frac{7}{x^{3/8}} - 12 \right)^6 + \sqrt{8x - 3 + x^2}; y = \frac{\sqrt{3 + 2x - x^2}}{e^x} + \frac{2 \lg(4x + 5)}{(x + 6)^4};$$

$$y = \operatorname{tg}(7x + 4) \cdot \log_4(5x - 8) + \operatorname{arctg}^4 x \cdot \cos 7x^4.$$

$$3.12. y = \left( 7\sqrt[8]{x} + \frac{2}{x^6} - 6 \right)^6 + \sqrt[3]{(x - 1)^5}; y = \frac{e^{3x}}{\sqrt{3x^2 - 4x - 7}} + \frac{5 \ln(2x - 5)}{(x - 1)^5};$$

$$y = \operatorname{ctg}(4x + 7) \cdot e^{8x-5} + 4(x - 7)^6 \cdot \arcsin 3x^5.$$

$$3.13. y = \left( 11x + \frac{2}{\sqrt[4]{x^3}} + 3 \right)^6 + \sqrt[3]{5x^4 - 2x - 1}; y = \frac{e^{-\sin 2x}}{(x + 5)^4} + \frac{4 \log_3(3x + 1)}{(x + 1)^2};$$

$$y = \sin(7x - 5) \cdot \operatorname{ctg}(3x + 8) + \sqrt{(x + 5)^3} \cdot \arccos^4 x.$$

$$3.14. y = \left( 3x^4 - \frac{3}{\sqrt[3]{x^8}} + 7 \right)^5 + \sqrt[7]{5x - 7x^2 - 3}; y = \frac{e^{\cos 5x}}{\sqrt{x^2 - 5x - 2}} + \frac{7 \log_4(2x - 5)}{(x - 1)^5};$$

$$y = \sin(x - 7) \cdot 5^{(3x+1)} + (x + 2)^7 \arccos \sqrt{x}.$$

$$3.15. y = \left( -3x^5 + \frac{7}{\sqrt[3]{x}} + 1 \right)^4 + \sqrt[4]{(x - 1)^5}; y = \frac{(2x + 5)^3}{e^{\operatorname{tg} x}} + \frac{\ln(7x + 2)}{(x - 6)^4};$$

$$y = \cos(5x - 7) \cdot \operatorname{tg}(8x + 3) + \operatorname{ctg}^2 4x \cdot \operatorname{arctg} x^3.$$

$$3.16. y = \left( 3x^7 - \frac{3}{x^{2/7}} + 8 \right)^3 + \sqrt[5]{(x - 2)^6}; y = \frac{e^{-\operatorname{tg} 3x}}{4x^2 - 3x + 5} + \frac{4 \lg(3x + 7)}{(x + 1)^7};$$

$$y = \operatorname{ctg}(2x + 4) \cdot \ln(3x + 1) + (x - 7)^5 \cdot \arcsin 7x^4.$$

$$3.17. y = \left(8x^3 - \frac{4}{x^{7/8}} - 7\right)^2 + \sqrt[3]{4 + 3x - x^4}; y = \frac{e^{-\sin 4x}}{(2x - 5)^6} + \frac{5 \log_2(x^2 + 1)}{(x - 3)^4};$$

$$y = \ln(3x + 4) \cdot e^{4x-1} + (x - 7)^4 \operatorname{arcctg}^2 7x.$$

$$3.18. y = \left(-7x^4 + \frac{3}{x^{5/8}} + 5\right)^{12} + \sqrt[5]{6x^2 + 3x - 7}; y = \frac{3x^2 - 5x + 10}{e^{-x^4}} + \frac{7 \log_3(2x + 9)}{(x + 4)^2};$$

$$y = 3^{8x+5} \cdot \log_7(x + 2) + \sqrt[3]{x - 3} \cdot \arccos^4 2x.$$

$$3.19. y = \left(-8x^6 + \frac{3}{\sqrt[5]{x^7}} + 7\right)^{11} + \sqrt{1 + 5x - 2x^2}; y = \frac{e^{-x}}{\sqrt{2x^2 - x + 4}} + \frac{3 \log_2(5x - 4)}{(x - 3)^5};$$

$$y = \cos(5x + 8) \cdot \sin(x - 4) + \operatorname{tg}^4 5x \cdot \arcsin 3x^2.$$

$$3.20. y = \left(-x^4 + \frac{5}{x^{2/3}} - 7\right)^{10} + \sqrt[3]{5 + 4x - x^2}; y = \frac{e^{4x}}{(3x + 5)^3} + \frac{7 \log_5(x^2 + x)}{(x + 3)^3};$$

$$y = \operatorname{tg}(4x + 3) \cdot \operatorname{ctg}(1 - x) + \log_2(x - 4) \cdot \operatorname{arctg}^3 4x.$$

**Завдання 4.** 1. Для функції двох змінних  $z = f(x, y)$  знайти частинні похідні першого та другого порядків.

2. Для функції двох змінних  $z = f(x, y)$  знайти похідну в точці  $M_1$  за напрямом  $\overrightarrow{M_1 M_2}$  та  $\operatorname{grad} z(M_1)$ .

$$4.1. \text{ а) } z = e^{xy} + y^2; \quad \text{ б) } z = x^2 y + y^2 x; \quad M_1(1, -1); \quad M_2(3, 4).$$

$$4.2. \text{ а) } z = e^{x^2 y} + 2y; \quad \text{ б) } z = 5xy^3; \quad M_1(2, 1); \quad M_2(4, -3).$$

$$4.3. \text{ а) } z = e^{xy^2} + 2x; \quad \text{ б) } z = \ln(x^2 + y^2), \quad M_1(-1, 2); \quad M_1(0, -2).$$

$$4.4. \text{ а) } z = e^{x^2 y^3} + y^2; \quad \text{ б) } z = e^{x^2 + y^2}; \quad M_1(0, 0); \quad M_2(3, -4).$$

$$4.5. \text{ а) } z = e^{x^2 y^3} + x^2; \quad \text{ б) } z = \ln(xy + y); \quad M_1(-2, 3); \quad M_2(2, 1).$$

$$4.6. \text{ а) } z = e^{x^2 y^3} + 2y; \quad \text{ б) } z = \sqrt{1 + x^2 + y^2}; \quad M_1(1, 1); \quad M_2(3, 2).$$

- 4.7. а)  $z = e^{x^2 y^3} + 3y^2$ ; б)  $z = x^2 y + x - 2$ ;  $M_1(1, 1)$ ;  $M_2(2, -1)$ .
- 4.8. а)  $z = e^{xy^3} + 2x$ ; б)  $z = xe^y + ye^x$ ;  $M_1(1, 0)$ ;  $M_2(4, 1)$ .
- 4.9. а)  $z = e^{xy^3} + 2y$ ; б)  $z = 3xy^2 - yx$ ;  $M_1(1, 1)$ ;  $M_2(3, -1)$ .
- 4.10. а)  $z = e^{xy^3} + 2y$ ; б)  $z = 5x^2 y - y^2 x$ ;  $M_1(1, 1)$ ;  $M_2(9, -3)$ .
- 4.11. а)  $z = e^{xy^3} - 2x$ ; б)  $z = \frac{x}{x^2 + y^2}$ ;  $M_1(1, 2)$ ;  $M_2(-3, 2)$ .
- 4.12. а)  $z = e^{x^3 y^2} + y^2$ ; б)  $z = y^2 - 2xy$ ;  $M_1(3, 1)$ ;  $M_2(-2, 1)$ .
- 4.13. а)  $z = e^{x^3 y^2} + 2y$ ; б)  $z = x^2 + y^2 - 2xy$ ;  $M_1(1, -1)$ ;  $M_2(5, -1)$ .
- 4.14. а)  $z = e^{x^3 y^2} + 2x$ ; б)  $z = \ln(1 + x + y^2)$ ;  $M_1(1, 1)$ ;  $M_2(3, -5)$ .
- 4.15. а)  $z = e^{x^3 y^2} - 2y^2$ ; б)  $z = x^2 + 2y^2 - 5$ ;  $M_1(1, 2)$ ;  $M_2(-3, -2)$ .
- 4.16. а)  $z = e^{x^4 y} + y^2$ ; б)  $z = \ln(x^3 + y^3 + 1)$ ;  $M_1(1, 3)$ ;  $M_2(-4, 1)$ .
- 4.17. а)  $z = e^{x^4 y} + 2y$ ; б)  $z = x - 2y$ ;  $M_1(-4, -5)$ ;  $M_2(2, 3)$ .
- 4.18. а)  $z = e^{x^4 y} + 2y$ ; б)  $z = x - 2y$ ;  $M_1(-4, -5)$ ;  $M_2(2, 3)$ .
- 4.19. а)  $z = e^{x^4 y} + x^2$ ; б)  $z = 3x^2 y$ ,  $M_1(-2, -3)$ ;  $M_2(5, -2)$ .
- 4.20. а)  $z = e^{x^4 y} + 2x$ ; б)  $z = x^y$ ,  $M_1(3, 1)$ ;  $M_2(1, -1)$ .

**Завдання 5.** Знайти загальний розв'язок та частинний розв'язок диференціальних рівнянь першого порядку.

5.1. а)  $e^y(1 + x^2)dy - 2x(1 + e^y)dx = 0$ ; б)  $(\sqrt{xy} - x)y' = 0$ ;  $y(1) = 1$ ;

в)  $y' + y = 3x$ ; г)  $2(y' + xy) = (x - 1)e^x y^2$ ;  $y(0) = 2$ .

5.2. а)  $2xy^2 dx - ydy = yx^2 dy - 6x dx$ ; б)  $y' = e^{-\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$ ;  $y(1) = 0$ ;

в)  $y' - \frac{1}{x}y = x^2$ ;  $y(1) = 0,5$ .

5.3. а)  $ye^{2x} dx + (1 + e^{2x})dy = 0$ ; б)  $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$ ;  $y(1) = 1$ ;

$$\text{в) } y' + \frac{1}{x}y = e^{x^2}; \quad y(1) = \frac{e}{2}.$$

$$5.4. \text{ а) } 3e^x \operatorname{tg} y \, dx + (1 + e^x) \frac{dy}{\cos^2 y} = 0; \quad \text{б) } xdy = (y + \sqrt{x^2 + y^2})dx; \quad y(1) = 0;$$

$$\text{в) } y' + \frac{1}{x}y = \frac{1}{x^2 + 1}; \quad y(1) = \ln \sqrt{2}.$$

$$5.5. \text{ а) } \sqrt{x}dy = (\sqrt{1-x} + \sqrt{x})dx; \quad \text{б) } y' = \frac{y}{x} \ln \frac{y}{x}; \quad y(e) = 1;$$

$$\text{в) } y' + \frac{1}{x}y = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}; \quad y(1) = 2.$$

$$5.6. \text{ а) } y^2 e^x dx - (e^x + 2)dy = 0; \quad \text{б) } 3xy' = x + 4y; \quad y(1) = 1;$$

$$\text{в) } y' - \frac{1}{x}y = \ln x; \quad y(1) = 5.$$

$$5.7. \text{ а) } x \cos 2y dx - x^2 \sin 2y dy = 0; \quad \text{б) } (y^2 - 2xy)dx + x^2 dy = 0; \quad y(1) = 2;$$

$$\text{в) } y' - \frac{1}{x}y = x \sin x; \quad y(\pi) = 0.$$

$$5.8. \text{ а) } 6x dx - 2x^2 y dy = 6y dy - 3xy^2 dx; \quad \text{б) } 2x^3 y' = y(2x^2 - y^2); \quad y(1) = 1;$$

$$\text{в) } y' - \frac{1}{x}y = x^3 + 2; \quad y(1) = \frac{1}{3}.$$

$$5.9. \text{ а) } xy^2 dx - y dy = yx^2 dy - x dx; \quad \text{б) } xy'(\ln y - \ln x) = y; \quad y(e) = 1;$$

$$\text{в) } y' - \frac{1}{x}y = x \operatorname{tg} x; \quad y(\pi) = 1.$$

$$5.10. \text{ а) } (e^x + 5)dy - y^2 e^x dx = 0; \quad \text{б) } 2y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x} + 8; \quad y(1) = 1;$$

$$\text{в) } y' - \frac{1}{x}y = 2x^2 \sqrt{x^2 + 5}; \quad y(2) = 36.$$

$$5.11. \text{ а) } y(2 + e^x)dy = e^x dx; \quad \text{б) } (xy' - y) \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = x; \quad y(1) = 0;$$

$$\text{в) } y' - \frac{1}{x}y = e^{x^3} x^3; \quad y(1) = \frac{e}{2}.$$

$$5.12. \text{ а) } 3yx^2(1 + \ln y)dx = dy; \quad \text{б) } y(\ln y - \ln x)dx - xdy = 0; \quad y(e) = 1;$$

$$\text{в) } y' - \frac{1}{x}y = x^2 e^x; \quad y(1) = 2.$$

$$5.13. \text{ а) } x\sqrt{x^2 + 1} dx - \sqrt{y} dy = 0; \quad \text{б) } xy' = y\left(1 + \ln \frac{x}{y}\right); \quad y(1) = \frac{1}{\sqrt{e}};$$

$$\text{в) } y' - \frac{1}{x}y = x \ln x; \quad y(2) = 2.$$

$$5.14. \text{ а) } (1 - x^2)dy - (2xy^2 + xy)dx = 0; \quad \text{б) } y^2 + x^2 y' = xyy'; \quad y(3) = 4;$$

$$\text{в) } y' - \frac{1}{x}y = e^x x; \quad y(1) = 2.$$

$$5.15. \text{ а) } 2x^2 y dy = (3 + y^2)dx; \quad \text{б) } y dx + (2\sqrt{xy} - x)dy = 0; \quad y(1) = 1;$$

$$\text{в) } y' - \frac{2}{x+1}y = (x+1)^3; \quad y(0) = 0.$$

$$5.16. \text{ а) } \sqrt{y^2 + 1} dx = xy dy; \quad \text{б) } y' = 4 + \frac{y}{x} + \left(\frac{y}{x}\right)^2; \quad y(1) = 2;$$

$$\text{в) } y' + \frac{1-2x}{x^2}y = 1; \quad y(1) = 0.$$

$$5.17. \text{ а) } y^2 dy + \operatorname{ctg} x dx = y^3 \operatorname{ctg} x dx; \quad \text{б) } y' + y \cos x = \cos x; \quad y(0) = 3;$$

$$\text{в) } (x^2 + 6xy + y^2)dx = 4xy dy; \quad y(1) = 0.$$

$$5.18. \text{ а) } x(y^2 + 1)dx - ye^{x^2} dy = 0; \quad \text{б) } y' + \frac{4xy}{x^2 + 1} = \frac{1}{x^2 + 1}; \quad y(0) = 1;$$

$$\text{в) } 3x \sin \frac{3y}{x} dy + \left(x - 3y \sin \frac{3y}{x}\right)dx = 0; \quad y(1) = 1.$$

$$5.19. \text{ а) } x dy = x^2 e^{-y} dx + 2 dy; \quad \text{б) } y' + \frac{y}{x+1} + x^2 = 0; \quad y(0) = 2;$$

$$\text{в) } (x^2 + xy)y' = x\sqrt{x^2 - y^2} + xy + y^2; \quad y(1) = 1.$$

$$5.20. \text{ а) } dy - 3x dy - \sqrt{y} dx = 0; \quad \text{б) } xy' - y = xe^{\frac{y}{x}}; \quad y(e) = 1;$$

$$\text{в) } y' - \frac{1}{x}y = \frac{x}{x-3}; \quad y(4) = 2.$$

**Завдання 6.** За класичним означенням ймовірності та основними теоремами про суму й добуток ймовірностей, а також за формулою Байєсса визначити ймовірності подій, про які йде мова в завданні.

6.1. У ящику 5 зошитів, з них 3 червоні. Навмання беруть 2 зошита, яка ймовірність, що із цих двох зошитів червоних буде: а) 2 зошита; б) більше двох ?

6.2. На склад надходять вироби, виготовлені двома цехами, причому із першого цеху виробів рівно у три рази більше, ніж із другого. Перший цех виготовляє 0,7 % бракованої продукції, другий - 0,3 %. Навмання взяли один виріб: а) знайти ймовірність, що він є бракованим; б) знайти ймовірність, що він виготовлений у першому цеху.

6.3. Відомо, що 10 % чоловіків і 3 % жінок – дальтоніки. Випадково обрана людина виявилась дальтоніком. Яка ймовірність, що це чоловік (вважати кількість чоловіків та жінок однаковим) ?

6.4. У партії із 10 деталей 7 стандартних. Знайти ймовірність того, що серед трьох, узятих навмання, деталей усі будуть стандартними.

6.5. У тирі є 9 рушниць, з яких пристріляним є тільки дві. Ймовірність влучення у ціль з пристріляної рушниці 0,8, а із не пристріляної - 0,1. Пострілом з однієї навмання взятої рушниці мішень була вражена . знайти ймовірність, що взято пристріляну рушницю.

6.6. На столі в довільному порядку лежать 32 екзаменаційних білета. Яка ймовірність того, що номер взятого навмання, білета буде числом, кратним 3 або 5.

6.7. На полиці лежать светри однакового кольору, причому 20 із них чоловічі і 10 - жіночі. Довільним способом образом вибрали 6 светрів. Визначити ймовірність, що: а) 4 светри чоловічі; б) усі светри або чоловічі, або жіночі.

6.8. Зроблено 4 постріли по мішені. Ймовірність влучення при одному пострілі дорівнює 0,5. Знайти :а) ймовірність, що в мішень буде влучено тільки один раз; б) ймовірність того, що в мішень буде влучено хоча б 2 рази.

6.9. Вироби перевіряються на стандартність. Ймовірність того, що виріб стандартний, дорівнює 0,94. Знайти ймовірність того, що з двох перевірених виробів тільки один стандартний.

6.10. З гаража у випадковому порядку послідовно виходять три автобуса маршруту № 1, № 2, № 3. Знайти ймовірність того, що другим по порядку на лінію вийде автобус № 2.

6.11. У відділі працюють 9 працівників, 7 із них - жінки. 3 співробітників захворіли, знайти ймовірність, що: а) захворіли жінки; б) захворіли працівники однієї статі.

6.12. Готуючись до іспиту, студент вивчив 30 із 40 питань програми. Екзаменаційний білет складається з трьох питань. Знайти ймовірність того, що у вибраному білеті студент знає усі три питання.

6.13. Ймовірність того, що екзамен з вищої математики з першого разу складе перший студент дорівнює 0,7; другий – 0,6; третій – 0,3. Знайти ймовірність того, що з першого разу екзамен складуть тільки два студента.

6.14. Студент знає відповідь на 15 питань із 24. У білеті 4 питання. Щоб скласти екзамен, студент повинен відповісти не менше, ніж на три питання. Знайти ймовірність, що студент складе екзамен.

6.15. Контролер ОТК, перевіряючи якість зшитих 20 костюмів, встановив, що 16 з них першого сорту, а інші – другого. Знайти ймовірність того, що серед взятих навмання з цієї партії трьох костюмів усі три будуть першого сорту.

6.16. Ймовірність того, що студент відповість на перше з трьох запитань екзаменаційного білета, дорівнює 0,95, на друге 0,9 та на третє - 0,85. Визначити ймовірність того, що студент складе екзамен, якщо для цього йому необхідно відповісти хоча б на два питання.

6.17. Тираж газети друкується в двох типографіях, потужності яких відносяться як 3:4, причому перша дає 3,5 % браку, а друга – 2,5 %. Яка ймовірність того, що бракований примірник газети надрукований у першій типографії.

6.18. Робочий обслуговує 3 станка. Ймовірність того, що протягом години його уваги потребує перший станок дорівнює 0,8, другий – 0,6, третій – 0,5. Знайти ймовірність того, що протягом години уваги робочого потребують якісь два станка.

6.19. У групі з 16 студентів 4 відмінника. Випадково обрано 3 студента. Визначити ймовірність того, що серед обраних студентів буде один відмінник?

6.20. У списку службовців 7 інженерів і 3 техніки. Довільним образом зі списку обрали 3 прізвища. Визначити ймовірність того, що ці прізвища належать інженерам.

**Завдання 7.** Проводять  $n$  незалежних однорідних випробувань, у кожному з яких ймовірність появи події дорівнює  $p$ .

7.1.  $n = 6; p = 0,3;$

7.2.  $n = 7; p = 0,9;$

7.3.  $n = 5; p = 0,3;$

7.4.  $n = 7; p = 0,2;$

7.5.  $n = 8; p = 0,3;$

7.6.  $n = 6; p = 0,8$

7.7.  $n = 6; p = 0,2;$

7.8.  $n = 5; p = 0,8;$

7.9.  $n = 6; p = 0,4;$

7.10.  $n = 7; p = 0,5;$

7.11.  $n = 5; p = 0,9;$

7.12.  $n = 7; p = 0,3;$

7.13.  $n = 6; p = 0,5;$

7.14.  $n = 8; p = 0,8;$

7.15.  $n = 6; p = 0,1;$

7.16.  $n = 8; p = 0,6;$

7.17.  $n = 5; p = 0,2;$

7.18.  $n = 7; p = 0,6;$

7.19.  $n = 7; p = 0,7;$

7.20.  $n = 8; p = 0,5.$

За законом розподілу випадкової величини  $X$ , якою вважають кількість випробувань, у яких мала місце поява події, необхідно: а) побудувати багатокутник розподілу; б) визначити математичне сподівання випадкової величини  $M(X)$ , її дисперсію  $D(X)$  та середнє квадратичне відхилення  $\sigma(X)$ .

**Завдання 8.** Неперервна випадкова величина  $X$  задана функцією розподілу  $F(x)$ . Визначити: а) основні числові характеристики розподілу; б) ймовірність того, що випадкова величина  $X$  матиме значення, що належить інтервалу  $(\alpha; \beta)$ ; в) побудувати графіки функцій  $F(x)$  та  $f(x)$ .

$$8.1. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1; \\ \frac{x+1}{4}, & -1 < x \leq 3; \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

$$\alpha = 0,5; \quad \beta = 3,5.$$

$$8.2. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -2; \\ \frac{2x+4}{3}, & -2 < x \leq 1,5; \\ 1, & x > 1,5. \end{cases}$$

$$\alpha = 1,0; \quad \beta = 1,5.$$

$$8.3. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -\frac{2}{3}; \\ \frac{3x+2}{5}, & -\frac{2}{3} < x \leq 1; \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

$$\alpha = 0; \quad \beta = 2,6.$$

$$8.4. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0,25; \\ \frac{4x-1}{16}, & 0,25 < x \leq 4,25; \\ 1, & x > 4,25. \end{cases}$$

$$\alpha = 1,3; \quad \beta = 4,8.$$



$$\begin{array}{ll}
8.5. & F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 3; \\ \frac{x}{3} - 1, & 3 < x \leq 6; \\ 1, & x > 6. \end{cases} & 8.6. & F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -2; \\ \frac{x+2}{4}, & -2 < x \leq 2; \\ 1, & x > 2. \end{cases} \\
& \alpha = 3,5; \quad \beta = 6,2. & & \alpha = 0,0; \quad \beta = 1,3. \\
8.7. & F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1; \\ \frac{x-1}{7}, & -1 < x \leq 8; \\ 1, & x > 1. \end{cases} & 8.8. & F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -0,25; \\ \frac{4x+1}{3}, & -0,25 < x \leq 0,5; \\ 1, & x > 0,5. \end{cases} \\
& \alpha = 1; \quad \beta = 8,7. & & \alpha = -0,5; \quad \beta = 0,3. \\
8.9. & F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1; \\ \frac{x-1}{6}, & 1 < x \leq 6; \\ 1, & x > 6. \end{cases} & 8.10. & F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1,5; \\ \frac{2x-3}{3}, & 1,5 < x \leq 3; \\ 1, & x > 3. \end{cases} \\
& \alpha = 0,5; \quad \beta = 3. & & \alpha = 1,5; \quad \beta = 8,6. \\
8.11. & F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0,5; \\ \frac{2x-1}{2}, & 0,5 < x \leq 1; \\ 1, & x > 3. \end{cases} & 8.12. & F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2; \\ \frac{x-2}{3}, & 2 < x \leq 5; \\ 1, & x > 5. \end{cases} \\
& \alpha = 0,8; \quad \beta = 1,7. & & \alpha = 2,5; \quad \beta = 5,3. \\
8.13. & F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1,5; \\ \frac{2x-3}{3}, & 1,5 < x \leq 3; \\ 1, & x > 0. \end{cases} & 8.14. & F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -0,25; \\ \frac{4x+1}{8}, & -0,25 < x \leq 1,75; \\ 1, & x > 1,75. \end{cases} \\
& \alpha = 2; \quad \beta = 2,5. & & \alpha = -1,5; \quad \beta = 1,25.
\end{array}$$

$$8.15. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1,5; \\ \frac{2x+3}{3}, & -1,5 < x \leq 0 \\ 1, & x > 0. \end{cases} \quad 8.16. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0,25; \\ \frac{4x-1}{6}, & 0,25 < x \leq 1,75; \\ 1, & x > 1,75. \end{cases}$$

$\alpha = -1; \beta = 3,0.$   $\alpha = 0,5; \beta = 1,5.$

$$8.17. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2; \\ \frac{2x-4}{4}, & 2 < x \leq 4; \\ 1, & x > 4. \end{cases} \quad 8.18. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 6; \\ \frac{x-6}{3}, & 6 < x \leq 9; \\ 1, & x > 9. \end{cases}$$

$\alpha = 2; \beta = 4,5.$   $\alpha = 4,5; \beta = 7,0.$

$$8.19. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -3; \\ \frac{x+3}{4}, & -3 < x \leq 1 \\ 1, & x > 1. \end{cases} \quad 8.20. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0,2, \\ \frac{5x-1}{8}, & 0,2 < x \leq 1,8; \\ 1, & x > 1,8. \end{cases}$$

$\alpha = 0,5; \beta = 1,5.$   $\alpha = 1,5; \beta = 2,5.$

**Завдання 9.** За згрупованими даними статистичного розподілу необхідно: а) побудувати гістограму відносних частот; б) обчислити вибірккову середню  $\bar{x}$ , виправлену дисперсію  $S_x^2$  та середнє квадратичне відхилення  $S_x$ ; в) у припущенні нормального закону розподілу в генеральній сукупності визначити межі довірчого інтервалу, до якого математичне сподівання випадкової величини належатиме з надійністю  $\gamma = 95\%$ .

9.1.

$x_i$	14,0	15,8	17,6	19,4	21,2	23,0	24,8	26,6
$m_i$	5	8	12	25	30	20	18	6

9.2.

$x_i$	8,0	8,4	8,8	9,2	9,6	10,0	10,4	10,8
$m_i$	6	8	16	50	30	15	7	5

9.3.

$x_i$	8,4	10,9	13,4	15,9	18,4	20,9	23,4	25,9
$m_i$	4	12	15	30	28	18	14	10

9.4.

$x_i$	6,2	10,4	14,6	18,8	23,0	27,2	31,4	35,6
$m_i$	5	10	20	40	35	20	15	10

9.5.

$x_i$	5,5	7,5	9,5	11,5	13,5	15,5	17,5	19,5
$m_i$	10	15	20	30	25	15	10	5

9.6.

$x_i$	7	10	13	16	19	22	25	28
$m_i$	3	8	10	35	25	18	13	5

9.7.

$x_i$	5,0	7,5	10,0	12,5	15,0	17,5	20,0	22,5
$m_i$	4	8	18	20	25	13	7	5

9.8.

$x_i$	10,0	14,5	19,0	23,5	28,0	32,5	37,0	41,5
$m_i$	7	15	20	32	35	22	14	8

9.9.

$x_i$	18	22	26	30	34	38	42	46
$m_i$	3	18	20	25	25	16	14	8

9.10.

$x_i$	7	9	11	13	15	17	19	21
$m_i$	7	15	18	25	23	20	14	9

9.11.

$x_i$	0	4	8	12	16	20	24	28
$m_i$	2	8	12	28	24	18	10	4

9.12.

$x_i$	-3	0	3	6	9	12	15	18
$m_i$	3	12	21	30	25	20	15	9

9.13.

$x_i$	-10	-6	-2	2	6	10	14	18
$m_i$	5	14	20	26	24	19	12	2

9.14.

$x_i$	-7	-2	3	8	13	18	23	28
$m_i$	6	13	19	27	26	20	15	9

9.15.

$x_i$	0	2	4	6	8	10	12	14
$m_i$	2	8	15	29	26	18	10	5

9.16.

$x_i$	7	9	11	13	15	17	19	21
$m_i$	7	15	18	25	23	20	14	9

9.17.

$x_i$	4	6	8	10	12	14	16	18
$m_i$	2	4	12	20	22	10	7	4

9.18.

$x_i$	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
$m_i$	1	6	12	17	22	15	10	3

9.19.

$x_i$	-2	1	4	7	10	13	16	19
$m_i$	4	6	17	22	18	14	10	5

9.20.

$x_i$	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5
$m_i$	5	12	16	18	14	12	10	6

**Завдання 10.** Для виготовлення двох виробів  $A$  та  $B$  використовуються три види сировини, запаси яких обмежені й складають відповідно  $p_1$ ,  $p_2$  та  $p_3$ . За прийнятою технологією витрати сировини на виготовлення одиниці продукції виробу  $A$  становлять  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  та  $\alpha_3$ , а на виготовлення одиниці продукції  $B$  –  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  та  $\beta_3$  кожного виду сировини. При реалізації готової продукції підприємство може отримати прибуток у кількості  $c_1$  від однієї одиниці виробу  $A$  та  $c_2$  від однієї одиниці виробу  $B$ . Ці дані наведені в табл.1 відповідно до номера варіанта:

Таблиця 1

№ п/п	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$c_1$	$c_2$
10.1	3	4	3	5	8	11	453	616	627	20	50
10.2	2	3	3	5	2	3	380	273	300	20	50
10.3	4	3	3	3	4	5	700	630	750	60	50
10.4	6	3	2	2	3	3	505	393	348	70	60
10.5	5	4	3	3	3	4	750	630	700	50	40
10.6	6	4	3	2	3	4	600	520	600	60	50
10.7	3	3	2	2	2	3	273	300	380	40	30
10.8	4	3	2	3	4	6	480	444	546	20	30
10.9	4	3	3	3	4	5	440	393	450	60	60
10.10	2	3	2	3	6	8	428	672	672	30	80
10.11	4	3	3	8	11	5	616	627	453	20	50
10.12	2	5	1	1	3	3	147	423	671	50	20
10.13	8	8	5	2	7	9	392	552	667	40	40
10.14	12	10	3	3	5	6	684	690	558	60	20
10.15	11	8	5	3	4	3	671	588	432	50	20
10.16	4	2	3	1	1	2	420	290	500	60	20
10.17	1	2	6	2	4	3	182	316	714	90	30
10.18	4	3	1	1	2	1	280	435	280	30	20
10.19	2	1	4	1	2	1	138	186	228	60	20
10.20	2	1	1	1	2	4	238	182	316	30	90

Визначити оптимальний план виробництва, за яким підприємство отримує максимальний прибуток від реалізації готової продукції. З цією метою скласти математичну модель задачі та визначити її розв'язок графічним та симплексним методами.

**Завдання 11.** Скласти оптимальний план перевезень однорідного вантажу від постачальників  $A_1, A_2$  і  $A_3$  споживачам  $B_1, B_2, B_3$ , за якими загальні транспортні витрати були б найменшими. Запаси вантажу на складах задані матрицею  $\mathbf{A} = (a_1; a_2; a_3)$ , потреби споживачів – матрицею  $\mathbf{B} = (b_1; b_2; b_3)$ . Вартість перевезення одиниці вантажу визначається матрицею  $\mathbf{C} = (c_{ij})$ , кожний елемент якої  $c_{ij}$  дорівнює вартості перевезення одиниці вантажу від  $i$ -го постачальника  $j$ -му споживачу. Матриця вартості перевезень визначається за номером варіанта:

$$11.1. \quad \begin{aligned} A &= (4; 8; 8); \\ B &= (10; 5; 7); \end{aligned}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 4 & 3 & 2 \\ 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$11.2. \quad \begin{aligned} A &= (4; 10; 7); \\ B &= (8; 7; 5); \end{aligned}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 4 & 3 & 2 \\ 5 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$11.3. \quad \begin{aligned} A &= (5; 7; 10); \\ B &= (5; 5; 7); \end{aligned}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$11.4. \quad \begin{aligned} A &= (4; 7; 8); \\ B &= (7; 5; 10); \end{aligned}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 5 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$11.5. \quad \begin{aligned} A &= (4; 7; 8); \\ B &= (10; 5; 7); \end{aligned}$$

$$C = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 2 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$11.6. \quad \begin{aligned} A &= (5; 7; 10); \\ B &= (5; 8; 10); \end{aligned}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$11.7. \quad \begin{aligned} A &= (4; 7; 8); \\ B &= (7; 5; 10); \end{aligned}$$

$$11.8. \quad \begin{aligned} A &= (5; 7; 10); \\ B &= (10; 4; 6); \end{aligned}$$

$$C = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$A = (5; 7; 10);$$

$$11.9. \quad B = (4; 4; 14);$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$11.11. \quad A = (5; 7; 8);$$

$$B = (7; 5; 10);$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 5 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$11.13. \quad A = (5; 7; 10);$$

$$B = (5; 8; 10);$$

$$C = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$11.15. \quad A = (5; 7; 12);$$

$$B = (5; 8; 13);$$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$11.17. \quad A = (5; 7; 10);$$

$$B = (8; 5; 10);$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$A = (5; 7; 10);$$

$$11.10. \quad B = (5; 8; 10);$$

$$C = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$11.12. \quad A = (5; 7; 10);$$

$$B = (4; 4; 14);$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$11.14. \quad A = (5; 7; 12);$$

$$B = (5; 8; 10);$$

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$11.16. \quad A = (5; 7; 10);$$

$$B = (4; 4; 16);$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$11.18. \quad A = (4; 5; 10);$$

$$B = (7; 5; 10);$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

11.19.  $A = (5; 7; 10);$

$B = (8; 5; 8);$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 5 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

11.20.  $A = (4; 7; 8);$

$B = (7; 5; 10);$

$$C = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$