

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ЕКОНОМІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ СЕМЕНА КУЗНЕЦЯ**

Кафедра вищої математики та
економіко-математичних методів

Завдання до самостійної роботи студентів
з навчальної дисципліни «Вища математика»

Харків, 2017 р.

Завдання 1.

1. Розв'язати систему лінійних рівнянь:

А) за допомогою визначників за формулами Крамера;

Б) методом Жордана-Гаусса.

$$1.1. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -7, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 = 1, \end{cases} \quad 1.2. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 5 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 3 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$$

$$1.3. \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases} \quad 1.4. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 3 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

$$1.5. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 = -3 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 2 \end{cases} \quad 1.6. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 - x_3 = -1 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 5 \end{cases}$$

$$1.7. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases} \quad 1.8. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 1 \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 3 \end{cases}$$

$$1.9. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 1 \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 = -1 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases} \quad 1.10. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 3 \\ -x_1 + 3x_2 + x_3 = -4 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 = -4 \end{cases}$$

$$1.11. \begin{cases} x_1 - 12x_2 + 4x_3 = -7 \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \end{cases} \quad 1.12. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + 4x_3 = 10 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 9 \end{cases}$$

$$1.13. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = -2 \\ 5x_1 + 4x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 2 \end{cases} \quad 1.14. \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 6 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 - 4x_2 - x_3 = -3 \end{cases}$$

$$1.15. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -1 \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 = -2 \end{cases} \quad 1.16. \begin{cases} 5x_1 + x_2 - 5x_3 = 5 \\ 4x_1 - x_2 - 3x_3 = 5 \\ 3x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 10 \end{cases}$$

$$1.17. \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -1 \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8 \\ 3x_1 + 9x_2 = 12 \end{cases} \quad 1.18. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = \\ x_1 + x_2 + x_3 = \\ x_1 + x_2 + x_3 = \end{cases}$$

$$1.19. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 36 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 13 \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 7 \end{cases} \quad 1.20. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8 \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$$

Завдання 2. Задані координати вершин трикутника ABC. Знайти:

- А) рівняння сторони BC;
 Б) рівняння висоти AD;
 В) рівняння медіани AM;
 Г) довжину сторони AM;
 Д) довжину медіани AM;
 Е) довжину висоти AH;
 Ж) площу трикутника як половину добутку його основи на висоту, яка опущена до цієї основи, та порівняти це значення з площею трикутника, яка обчислюється за допомогою векторного добутку векторів AB і AC, якщо вважати, що трикутник ABC побудован на векторах AB і AC як на сторонах;
 З) визначити кут між сторонами AB і AC трикутника;
 И) зробити креслення.

$$2.1. A(-3; -2); B(0; 10); C(6; 2) \quad 2.2. A(1; -2); B(4; 13); C(10; 5)$$

$$2.3. A(0; 3); B(3; 15); C(9; 7) \quad 2.4. A(-2; 0); B(1; 12); C(7; 4)$$

$$2.5. A(2; -1); B(5; 11); C(11; 3) \quad 2.6. A(3; -3); B(6; 9); C(12; 1)$$

$$2.7. A(-1; 2); B(2; 14); C(8; 6) \quad 2.8. A(9; -14); B(8; 8); C(14; 0)$$

$$2.9. A(3; -2); B(0; 10); C(6; 2) \quad 2.10. A(4; 4); B(7; 16); C(13; 8)$$

$$2.11. A(-3; 1); B(3; -1); C(-1; 4) \quad 2.12. A(-3; 1); B(-1; -4); C(3; 2)$$

- 2.13. $A \left[2; 2 \right]; B \left[4; 0 \right]; C \left[3; -4 \right]$ 2.14. $A \left[2; -2 \right]; B \left[4; 0 \right]; C \left[4; 4 \right]$
 2.15. $A \left[3; -2 \right]; B \left[1; 4 \right]; C \left[3; 0 \right]$ 2.16. $A \left[3; -2 \right]; B \left[5; -1 \right]; C \left[1; 5 \right]$
 2.17. $A \left[2; 3 \right]; B \left[4; 1 \right]; C \left[0; 3 \right]$ 2.18. $A \left[3; 3 \right]; B \left[4; 1 \right]; C \left[2; 5 \right]$
 2.19. $A \left[4; 3 \right]; B \left[0; -4 \right]; C \left[4; 1 \right]$ 2.20. $A \left[5; -2 \right]; B \left[3; 1 \right]; C \left[2; 4 \right]$

Завдання 3. Визначити границі функцій:

3.1. а) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x + 4}{x^2 + 2x}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 + 7x - 2x^3}{x^2 + 5x^3 - 2}$; в) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+5} - \sqrt{3-x}}{x+1}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 3x}{3x^2}$ д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x} \right)^{2x+3}$

3.2. а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - 5x + 2x^3}{x^2 + 5x^3 - 8}$; в) $\lim_{x \rightarrow 41} \frac{\sqrt{x+5} - \sqrt{13-x}}{x-4}$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos x - \cos^3 x}{x^2}$ д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x} \right)^{2x+1}$

3.3. а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 9}$; б) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 3x + 1}{7x^2 - 5x + 1}$; в) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{10-x} - \sqrt{x+6}}{x-2}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{1 - \cos 2x}$ д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{x} \right)^{3x+1}$

3.4. а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 4x}{x^2 - 3x + 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 3x^2 + 2}{5x^3 + 3x^2 + x}$; в) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+13} - \sqrt{5-x}}{x+4}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - \sin x}{5x}$ д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x} \right)^{4x-2}$

3.5. а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 - 9}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^4 + x^2 - 8}{2x^3 - 3x + 1}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x+1} - x}{3x^2 - x}$

$$\Gamma) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \operatorname{tg} 5x}{\sin^2 x + 2x} \quad \Delta) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x}\right)^{3x+2}$$

$$3.6. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 7x + 12}{3x^2 - 9x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 3x + 2}{x^4 + 6x^3 + x}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{2x+10} - \sqrt{x+7}}{x+3}$$

$$\Gamma) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \operatorname{ctg} 3x}{\cos^2 x} \quad \Delta) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right)^{2x-1}$$

$$3.7. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - x - 2}{x^3 - 1}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 3x + 12}{4x^5 + 6x^3 - 2}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{3x+4} - \sqrt{x+12}}{x^2 - 4x}$$

$$\Gamma) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 3x}{1 - \cos^2 x} \quad \Delta) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^{5x-3}$$

$$3.8. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 2x - 15}{3x^3 - 27x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x + 22}{x^3 + 6x^2}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x+6} - \sqrt{2-x}}{x+2}$$

$$\Gamma) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin 2x} \quad \Delta) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^{7x-1}$$

$$3.9. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - x - 2}{x^3 - x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 7x + 14}{6x^3 + x^2 - 3x + 1}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x^2} - 1}{x^3 + 2x}$$

$$\Gamma) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 \sin^2 2x}{x \operatorname{tg} 5x} \quad \Delta) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{7}{x}\right)^{3x+2}$$

$$3.10. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 7x - 8}{x^2 - 4}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 - 3x^6 + 4x - 1}{x^2 + 2x}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+5} - \sqrt{3-x}}{x+1}$$

$$\Gamma) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \cos 4x}{5x \sin 3x} \quad \Delta) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{7x-5}$$

$$3.11. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 - 3x^3 + 4x - 1}{x^4 + 6x^5 + 7}$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 5x + 1} - \sqrt{x + 1}}{x^2 - 4x} \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 \sin^2 2x}{\operatorname{arctg}^2 5x} \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{x}\right)^{2x-1}$$

$$3.12. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 5x - 2}{5x^2 + 12x + 4}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 2x^3 + 5x}{2x^4 + 3x^2 - 2}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{10 + 3x} - 4}{x^2 - 4}$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 - 4 \sin^2 2x}{\operatorname{tg} 3x} \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x}\right)^{x+1}$$

$$3.13. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 2.5} \frac{2x^2 - 9x + 10}{2x - 5}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^7 + 3x^6 - 1}{x^6 + 4x^2 - x + 2}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{5x^2 + x^4}$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 0.5x}{\sin x \cdot \operatorname{tg} 2x} \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right)^{1-x}$$

$$3.14. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 - 2x^6 + 3x^2 - 2}{2x^6 - 9x^5 + 2}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{\sqrt{x^2 + 9} - 3}$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{1 - \cos 4x} \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x}\right)^{x+2}$$

$$3.15. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{5x^2 + 12x + 4}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 4x^2 + 2}{2x^3 + 12x^2 - x + 6};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+5} - \sqrt{5-x}}{x^2 + x} \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \sin^2 0.5x}{x^2 \operatorname{tg} 2x} \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{x-2}.$$

$$3.16. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2 - 3x + 2}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x + 1}{x^3 + 6x^2 - 2x + 8}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2+x}{1 - \sqrt{3+x}}$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - \sin^3 2x}{\operatorname{tg} 2x} \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^{-x}.$$

$$3.17. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^8 - 2x^3 + x^2 - 4}{2x^6 - 9x^4 + 6}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$$

$$\Gamma) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \cos x}{7x^2} \quad \Delta) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)^{2x+1}$$

$$3.18. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 + 1}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^6 + 3x^4 - 2x + 6}{12x^6 + 3x^5 - 2x + 5}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$$

$$\Gamma) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{1 - \cos 2x} \quad \Delta) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{x} \right)^{x+7}$$

$$3.19. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 8x + 12}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 + 3x^2 - 2x - 2}{2x^5 + 5x^3 + 2x + 1}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{1-x}}{x^2}$$

$$\Gamma) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2}{\sin x \cdot \operatorname{tg} 3x} \quad \Delta) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^{6x+3}$$

$$3.20. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x + 1}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 - 2x^4 - 8x^2 + x}{2x^5 - 9x^3 + 2x}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$$

$$\Gamma) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \cdot \sin 2x} \quad \Delta) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x} \right)^{4x+13}$$

Завдання 4. Дослідити функцію на неперервність, визначити тип розриву та побудувати графік функції в околі точок розриву:

$$4.1. y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x + 1}, \quad 4.2. y = \begin{cases} 1 - x, & x \leq 0 \\ x^{-2}, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$4.3. y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 2}, \quad 4.4. y = \frac{x+1}{x^3 + 1}$$

$$4.5. y = \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4x + 4}, \quad 4.6. y = \begin{cases} 2 - x, & x \leq 1 \\ 1 + x^2, & x \geq 1 \end{cases}$$

$$4.7. y = \frac{x+3}{x^2 + 5x + 6}, \quad 4.8. y = \frac{x+3}{x^2 + 6x + 9}$$

$$4.9. y = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x + 1}, \quad 4.10. y = \begin{cases} 2 - x, & x \leq 2 \\ x + 2, & x \geq 2 \end{cases}$$

$$4.11. y = \begin{cases} 1 + x, & x \leq 0 \\ x^2, & x \geq 0 \end{cases}, \quad 4.12. y = \frac{x^2 - x + 1}{x^3 + 1}$$

$$4.13. y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x + 1}, \quad 4.14. y = \begin{cases} 1 - 2x, & x \leq 0 \\ x + 1, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$4.15. y = \begin{cases} x, & x \leq -1 \\ 1 - x^2, & x > -1 \end{cases}, \quad 4.16. y = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^3 + 1}$$

$$4.17. y = \begin{cases} x - 1, & x \leq 1 \\ x^2 + 1, & x > 1 \end{cases}, \quad 4.18. y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^4 - 1}$$

$$4.19. y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + x}, \quad 4.20. y = \begin{cases} 1 - 0.5, & x \leq 0 \\ x + 0.5, & x > 0 \end{cases}.$$

Завдання 5. Знайти похідні першого порядку від функцій:

$$5.1. \text{ а) } y = 3x^4 - \frac{5}{3x^3} - 9\sqrt[3]{x^2} - 1 \quad \text{ б) } y = \sin x \cdot \ln x - 2$$

$$5.2. \text{ а) } y = 2x^5 - \frac{1}{6x^3} - 4\sqrt[3]{x^4} + 2 \quad \text{ б) } y = \cos x \cdot x^3 - 2$$

$$5.3. \text{ а) } y = \left(5\sqrt[3]{x} - \frac{2}{x^5} - 7 \right)^4; \quad \text{ б) } y = x + 6^5 \operatorname{arctg} 3x^5;$$

$$5.4. \text{ а) } y = \left(\frac{2}{\sqrt{x}} - 3x^4 + 8 \right)^2; \quad \text{ б) } y = \operatorname{ctg} 5x + 3 \cdot \log_5 x - 4;$$

$$5.5. \text{ а) } y = \sqrt[4]{3x^2 - x + 5}; \quad \text{ б) } y = 3^{\cos x} \ln x^2 - 3x + 7;$$

$$5.6. \text{ а) } y = \left(\frac{7}{\sqrt[7]{x}} + 4x^3 - 3 \right)^4; \quad \text{ б) } y = \sin 2x + 8 \cdot \log_4 2x + 1;$$

$$5.7. \text{ a) } y = -\frac{5}{4x^2 + 3x - 5}; \quad \text{б) } y = \operatorname{tg} \sqrt{x - 8} \cdot \ln \sqrt{x + 2};$$

$$5.8. \text{ a) } y = \sqrt[5]{x + 4}; \quad \text{б) } y = \operatorname{ctg} \sqrt[3]{x - 1} \cdot 3^{2+x};$$

$$5.9. \text{ a) } y = \sqrt{5x^2 - 4x + 3}; \quad \text{б) } y = \cos \sqrt{x - 9} \cdot 4^{2x+3};$$

$$5.10. \text{ a) } y = \left(8x^2 - \frac{2}{x^{2/3}} + 2 \right)^5; \quad \text{б) } y = \sin \sqrt[3]{x - 1} \cdot \ln \sqrt[3]{x + 2};$$

$$5.11. \text{ a) } y = \left(3x^9 + \frac{7}{x^{3/8}} - 12 \right)^6; \quad \text{б) } y = \operatorname{tg} \sqrt[4]{x + 4} \cdot \log_4 \sqrt[3]{x - 8};$$

$$5.12. \text{ a) } y = \cos 7x^{\sin 2x}; \quad \text{б) } y = \operatorname{ctg} \sqrt[4]{x + 7} \cdot e^{8x-5};$$

$$5.13. \text{ a) } y = \left(11x + \frac{2}{\sqrt[4]{x^3}} + 3 \right)^6; \quad \text{б) } y = \operatorname{ctg} \sqrt[3]{x + 4} \cdot \ln \sqrt[3]{x + 1};$$

$$5.14. \text{ a) } y = \left(3x^4 - \frac{3}{\sqrt[3]{x^8}} + 7 \right)^5; \quad \text{б) } y = \sqrt{x + 2} \cdot \arccos \sqrt{x};$$

$$5.15. \text{ a) } y = \sqrt[4]{x - 1}; \quad \text{б) } y = \sqrt{x - 7} \cdot \arcsin 7x^4;$$

$$5.16. \text{ a) } y = \left(3x^7 - \frac{3}{x^{2/7}} + 8 \right)^3; \quad \text{б) } y = \sqrt{x - 7} \cdot \arcsin 7x^4;$$

$$5.17. \text{ a) } y = \sqrt[3]{4 + 3x - x^4}; \quad \text{б) } y = \sqrt{x - 7} \cdot \operatorname{arccot}^2 7x;$$

$$5.18. \text{ a) } y = \left(-7x^4 + \frac{3}{x^{5/8}} + 5 \right)^{12}; \quad \text{б) } y = \sqrt[3]{x - 3} \cdot \arccos^4 2x;$$

$$5.19. \text{ a) } y = \sqrt{1 + 5x - 2x^2}; \quad \text{б) } y = \ln \sqrt{x - 3} \cdot \arccos 3x^4;$$

$$5.20. \text{ a) } y = \sqrt[3]{5 + 4x - x^2}; \quad \text{б) } y = \operatorname{tg} \sqrt[4]{x + 3} \cdot \operatorname{ctg} \sqrt[4]{x};$$

Завдання 6. Дослідити функцію та побудувати її графік:

$$1. y = \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 2$$

$$2. y = 1 + 3x - \frac{x^3}{3} + x^2$$

$$3. y = \frac{x^3}{3} + x^2 - 3x - 1$$

$$4. y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 2x + 3$$

$$5. y = -\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + 2$$

$$6. y = \frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} - 4x + 8$$

$$7. y = -\frac{x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + x + 10$$

$$8. y = \frac{x^3}{3} - 4x + 5$$

$$9. y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3.$$

$$10. y = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - 4x + 10$$

$$11. y = \frac{x^3}{3} - x^2 + 2x - 1$$

$$12. y = \frac{x^3}{3} - 2x - 5$$

$$13. y = x^3 - \frac{x^2}{2} + 3x - 4$$

$$14. y = -\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} - 2$$

$$15. y = \frac{x^3}{3} - 5x + 6$$

$$16. y = \frac{x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} - 2x + 10$$

$$17. y = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x + 1$$

$$18. y = \frac{x^3}{3} - x^2 - 4x + 8$$

$$19. y = \frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} - 2x - 6$$

$$20. y = -\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 2x + 10.$$

Завдання 7. Для функцій двох змінних $z = z(x, y)$

- 1) знайти частинні похідні
- 2) знайти їх екстремуми :

Варіант 1

$$1. z = \frac{3xy}{2x - 5y}.$$

$$2. z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y.$$

Варіант 2

$$1. z = \arcsin(x - y).$$

$$2. z = x^2 - 2y^2 + 2y^2 - 10.$$

Варіант 3

$$1. z = \sqrt{y^2 - x^2}.$$

$$2. z = x^2 - 5y^2 + y^2 + 1.$$

Варіант 4

$$1. z = \ln(x^2 - y^2).$$

$$2. z = x^3 + y^3 - 3xy.$$

Варіант 5

$$1. z = \frac{2}{6 - x^2 - y^2}.$$

$$2. z = 2xy - 2x^2 - 4y^2.$$

Варіант 6

1. $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 5}$.

2. $z = x\sqrt{y} - x^2 - y + 6x + 3$.

Варіант 7

1. $z = \arccos(x + y)$.

2. $z = 2xy - 5x^2 - 3y^2 + 2$.

Варіант 8

1. $z = \frac{3x + y}{2 - x + y}$.

2. $z = xy - x^2 - y^2 + 9$.

Варіант 9

1. $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$.

2. $z = xy + 2 - x - y$.

Варіант 10

1. $z = \ln(x^2 + y^2 - 3)$.

2. $z = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 10$.

Варіант 11

1. $z = \sqrt{2x^2 - y^2}$.

2. $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1$.

Варіант 12

1. $z = \frac{4xy}{x - 3y + 1}$.

2. $z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$.

Варіант 13

1. $z = \frac{\sqrt{xy}}{x^2 - y^2}$.

2. $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$.

Варіант 14

1. $z = \ln(x^2 - x^2)$.

2. $z = xy + x - y$.

Варіант 15

$$1. z = \arcsin \frac{x}{y}.$$

$$2. z = x^2 + y^2 - xy + x + y.$$

Варіант 16

$$1. z = \frac{x^3 y}{3 + x - y}.$$

$$2. z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y.$$

Варіант 17

$$1. z = \arccos \sqrt{x + 2y}.$$

$$2. z = \sqrt{x - 1} + 2y^2.$$

Варіант 18

$$1. z = \frac{\sqrt{3x - 2y}}{x^2 + y^2 - 4}.$$

$$2. z = xy - 3x^2 - 2y^2.$$

Варіант 19

$$1. z = \ln \sqrt{x^2 - y^2}.$$

$$2. z = x^2 + 3\sqrt{y} + 2\sqrt{z}.$$

Варіант 20

$$1. z = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - 5}}.$$

$$2. z = 2\sqrt{x} + y\sqrt{x^2 - y^2}.$$

Завдання 8. Знайти невизначений інтеграл від функцій:

Варіант 1

$$1. \int \cos 7x dx; \int \sqrt[6]{3x - 5} dx; \int \sqrt{2x + 3} dx; \int e^{-2x} dx; \int \frac{dx}{9x^2 + 4};$$

$$2. \int \frac{dx}{x\sqrt{x + \ln x}}; \int \frac{\sin x dx}{2 + 7 \cos x}; \int \frac{dx}{\cos^2 x \sqrt{3 - 2 \operatorname{tg} x}}; \int \frac{x^2 dx}{5 - x^3}; \int \frac{x dx}{9 - 4x^4};$$

$$3. \int (x + 2) \cos x dx; \int x^2 e^{-x} dx.$$

Варіант 2

- $\int \sqrt{x-5} dx$; $\int \sqrt[5]{2x+1} dx$; $\int e^{-7x} dx$; $\int \operatorname{tg} 3x dx$; $\int \frac{dx}{9x^2+16}$;
- $\int \frac{dx}{x \ln^2 x}$; $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \arcsin^3 x}$; $\int \frac{dx}{\cos^2 x + 2 \operatorname{tg} x}$; $\int \frac{14x+6}{7x^2+6x-1} dx$.
- $\int \ln(x+1) dx$; $\int x \cos 2x dx$; .

Варіант 3

- $\int \cos(x-1) dx$; $\int \sqrt{x+1} dx$; $\int e^{-3x+1} dx$; $\int \frac{dx}{6x+7}$; $\int \frac{dx}{4x^2-25}$;
- $\int \frac{x^8 dx}{7+3x^9}$; $\int \frac{dx}{x \ln(x+8)}$; $\int \frac{x+6 dx}{x^2+6x-9}$; $\int \frac{e^{5x} dx}{e^{5x}+5}$; $\int \frac{x^2 dx}{9+4x^6}$;
- $\int 3x \cos 2x dx$; $\int x e^{-5x} dx$.

Варіант 4

- $\int \sin(x+1) dx$; $\int (5x-7)^{10} dx$; $\int e^{3x} dx$; $\int \frac{dx}{x+1}$; $\int \frac{dx}{\sqrt{16-9x^2}}$;
- $\int \frac{dx}{\sin^2 x + \operatorname{ctg} x}$; $\int \frac{dx}{1+x^2 \operatorname{arccotg}^3 x}$; $\int \frac{x^2+4x dx}{x^3+2x^2+5}$; $\int \frac{\ln^3 x dx}{x}$;
- $\int x 3^x dx$; $\int x \operatorname{arccotg} x dx$; $\int \ln^2 x dx$; $\int e^x \sin 2x dx$.

Варіант 5

- $\int \sqrt{9-9x} dx$; $\int \sin 4x dx$; $\int e^{1-6x} dx$; $\int \frac{dx}{6-5x}$; $\int \frac{dx}{4x^2+9}$; $\int \frac{dx}{16-25x^2}$;
- $\int \frac{dx}{x+3 \ln x}$; $\int \frac{dx}{1+x^2 \operatorname{arccotg}^5 x}$; $\int \frac{x+3 dx}{2x^2+3x-7}$; $\int \frac{\cos x dx}{4+3 \sin x}$; 3.
 $\int x e^{-3x} dx$; $\int (x+3) \cos 2x dx$; $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$; $\int e^{2x} \sin 2x dx$.

Варіант 6

- $\int \sqrt[3]{3+5x} dx$; $\int e^{-5x} dx$; $\int \sin(x-1) dx$; $\int \frac{dx}{3-2x}$; $\int \frac{dx}{3x^2+2}$; $\int \frac{dx}{3x^2-2}$;

2. $\int \frac{dx}{x^2 + 3 \ln x^2}$; $\int \frac{\operatorname{arctg} 3x dx}{1+x^2}$; $\int \frac{10x-8 dx}{5x^2-8x+7}$; $\int \frac{\sin 3x dx}{3 \cos 3x + 4}$;
3. $\int x e^{-2x} dx$; $\int \operatorname{arctg} x dx$; $\int (x-4) \sin x dx$; $\int e^{2x} \cos x dx$.

Варіант 7

1. $\int \sin 3x + 1 dx$; $\int 2x - 1 dx$; $\int e^{2-3x} dx$; $\int \frac{dx}{3x+4}$; $\int \frac{dx}{9x^2-1}$;
2. $\int \frac{x^5 dx}{4+5x^6}$; $\int \frac{dx}{\cos^2 x + 4 \operatorname{tg} x}$; $\int \frac{4x^2+8 dx}{x^3+4x-2}$; $\int \frac{\sin x dx}{5-3 \cos x}$; $\int \frac{e^x dx}{e^{2x}-9}$;
3. $\int x 2^x dx$; $\int \ln 4^2 + 3 dx$.

Варіант 8

1. $\int 6 - 7x^7 dx$; $\int e^{-6x} dx$; $\int \sin 4x + 1 dx$; $\int \frac{dx}{5+2x}$; $\int \frac{dx}{4x^2+49}$;
2. $\int \frac{dx}{x^5+6 \ln x^2}$; $\int \frac{\arcsin^5 x dx}{\sqrt{1-x^2}}$; $\int \frac{\sin x dx}{5+7 \cos x}$; $\int \frac{8x-7 dx}{4x^2-7x+8}$; $\int \frac{x^2 dx}{4+x^6}$;
3. $\int 4 + 1 \cos 2x dx$; $\int \ln(x+2) dx$; $\int x^2 e^x dx$; $\int e^{3x} \sin x dx$.

Варіант 9

1. $\int \sqrt{4x+1} dx$; $\int e^{-7x+1} dx$; $\int \frac{dx}{\cos^2 2x}$; $\int \frac{dx}{3x-7}$; $\int \frac{dx}{3x^2+1}$; $\int \frac{dx}{\sqrt{3x^2+1}}$;
2. $\int \frac{dx}{1+x^2 \operatorname{arctg}^2 x}$; $\int \frac{dx}{\cos^2 x + 5 \operatorname{tg} x}$; $\int \frac{12x-16 dx}{3x^2-8x+1}$; $\int \frac{\ln^4 x dx}{x}$;
3. $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{x+1}} dx$; $\int x^2 e^{4x} dx$.

Варіант 10

1. $\int 2x - 7^8 dx$; $\int e^{-3x+2} dx$; $\int \cos 2x dx$; $\int 2^{-x} dx$; $\int \frac{dx}{6x^2+9}$; $\int \frac{dx}{25x^2-4}$;
2. $\int \frac{x^6 dx}{3+x^7}$; $\int \frac{dx}{\cos^2 x - 3 \operatorname{tg} x}$; $\int \frac{2x-2 dx}{4^2-2x+3}$; $\int \frac{\cos x dx}{4+\sin x}$; $\int \frac{e^x dx}{e^{2x}+16}$;

3. $\int x \operatorname{arctg} x dx$; $\int (3x - 2) \sin x dx$.

Варіант 11

1. $\int 3^{2x} dx$; $\int e^{6-2x} dx$; $\int \sin 5 + 2x dx$; $\int \frac{dx}{3x-1}$; $\int \frac{dx}{2x^2+6}$; $\int \frac{dx}{2x^2-6}$;

2. $\int \frac{\arcsin^7 x dx}{\sqrt{1-x^2}}$; $\int \frac{dx}{1+x^2 \operatorname{arctg}^2 x}$; $\int \frac{6x+8 dx}{3x^2+8x-5}$; $\int \frac{\cos 2x dx}{1-\sin 2x}$;

3. $\int x \sin 4x dx$; $\int x \ln^2 x dx$;

Варіант 12

1. $\int 5x+7 dx$; $\int 3^{-x} dx$; $\int \sqrt{6x-1} dx$; $\int \frac{dx}{7-2x}$; $\int \frac{dx}{4x^2+81}$; $\int \frac{dx}{8x^2-32}$;

2. $\int \frac{dx}{4+\ln x}$; $\int \frac{\sin x dx}{15+7 \cos x}$; $\int \frac{4+\operatorname{ctg} x dx}{\sin^2 x}$; $\int \frac{x dx}{x^2+6}$; $\int \frac{x dx}{4x^4-9}$;

3. $\int x^5 \ln x dx$; $\int \arcsin x dx$.

Варіант 13

1. $\int \sin 3x+1 dx$; $\int \sqrt[5]{2x-1} dx$; $\int e^{-6x} dx$; $\int \frac{dx}{5x-1}$; $\int \frac{dx}{6x^2+9}$;

2. $\int \frac{x^5 dx}{6+5x^6}$; $\int \frac{dx}{\sin^2 x 4-3 \operatorname{ctg} x}$; $\int \frac{2x-3 dx}{x^2-3x+5}$; $\int \frac{\sin x dx}{3-5 \cos x}$; $\int \frac{e^{2x} dx}{e^{2x}+46}$;

3. $\int 3x-2 \sin 3x dx$; $\int x \operatorname{arctg} x dx$.

Варіант 14

1. $\int 2x-3 dx$; $\int \frac{dx}{\cos^2 4x}$; $\int e^{-6x+2} dx$; $\int \frac{dx}{2x+5}$; $\int \frac{dx}{2x^2+8}$; $\int \frac{dx}{2x^2-18}$;

2. $\int \frac{dx}{x 4-\ln x}$; $\int \frac{\cos 2x dx}{5+3 \sin 2x}$; $\int \frac{2+5 \operatorname{ctg} x dx}{\sin^2 x}$; $\int \frac{x dx}{6+x^2}$; $\int \frac{x dx}{16-9x^4}$;

3. $\int \arcsin x dx$; $\int \ln x dx$;

Варіант 15

- $\int \cos 7x - 1 dx$; $\int \sqrt[3]{2x+3} dx$; $\int \frac{dx}{\sin^2 2x}$; $\int 2^{3x} dx$; $\int \frac{dx}{25x^2 + 4}$;
- $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \arcsin^3 x}$; $\int \frac{3 + 4 \operatorname{ctg} x}{\sin^2 x} dx$; $\int \frac{10x - 8}{5x^2 - 8x - 1} dx$;
- $\int (3x + 2) \sin 2x dx$; $\int \ln 4 - 1 dx$.

Варіант 16

- $\int 3^{4x+1} dx$; $\int 3x + 5 dx$; $\int e^{-7x} dx$; $\int \frac{dx}{2x+3}$; $\int \frac{dx}{\sqrt{1-25x^2}}$; $\int \frac{dx}{1+25x^2}$;
- $\int \frac{dx}{\cos^2 x + \operatorname{tg} x}$; $\int \frac{\arcsin^3 x dx}{\sqrt{1-x^2}}$; $\int \frac{\sin 2x dx}{\cos 2x}$; $\int \frac{\ln^7 x dx}{x}$; $\int \frac{x dx}{4x^4 + 1}$;
- $\int x 2^x dx$; $\int x^2 \ln 4 + 1 dx$.

Варіант 17

- $\int 2^{-2x} dx$; $\int \sqrt[3]{2-3x} dx$; $\int \frac{dx}{1-3x}$; $\int \sin 5x dx$; $\int \frac{dx}{6x^2 + 12}$; $\int \frac{dx}{6x^2 - 12}$;
- $\int \frac{dx}{x - 2 \ln x}$; $\int \frac{dx}{1+x^2 \arctg^3 x}$; $\int \frac{2x+8}{x^2+8x-1} dx$; $\int \frac{\cos x dx}{6-5 \sin x}$;
- $\int x \cdot 5^x dx$; $\int \frac{\ln x dx}{x^2}$.

Варіант 18

- $\int 7x - 1 dx$; $\int e^{-5x+1} dx$; $\int \cos 4x - 1 dx$; $\int \frac{dx}{5x+1}$; $\int \frac{dx}{4x^2+1}$;
- $\int \frac{x^6 dx}{4+7x^7}$; $\int \frac{dx}{\sin^2 x + 3 \operatorname{ctg} x}$; $\int \frac{\cos 2x dx}{3+5 \sin 2x}$; $\int \frac{2x+7}{x^2+7x-8} dx$; $\int \frac{e^x dx}{e^x - 1}$;
- $\int 2x - 1 \sin 4x dx$; $\int x^2 \ln x dx$.

Варіант 19

- $\int \sin 3x + 7 \, dx$; $\int \sqrt[3]{1-4x} \, dx$; $\int \frac{dx}{3-8x}$; $\int \frac{dx}{\cos^2 3x}$; $\int \frac{dx}{6x^2+5}$;
- $\int \frac{dx}{x-1} + 2 \ln |x-1|$; $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \arcsin x}$; $\int \frac{e^x dx}{x^2+3}$; $\int \frac{dx}{x \ln^2 x}$;
- $\int x 3^x dx$; $\int x^2 e^{-2x} dx$.

Варіант 20

- $\int x-1 \, dx$; $\int \frac{dx}{\sin^2 3x}$; $\int 2^{-5x} dx$; $\int \frac{dx}{7-4x}$; $\int \frac{dx}{\sqrt{1-49x^2}}$; $\int \frac{dx}{1+3x^2}$;
- $\int \frac{1+\operatorname{tg} x}{\cos^2 x} dx$; $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \arcsin^4 x}$; $\int \frac{dx}{x+3 \ln |x+3|}$; $\int \frac{x+7}{1-7x-x^2} dx$;
- $\int x^2 \sin x dx$; $\int \ln^2 2x dx$.

Завдання 9. Розв'язати диференціальні рівняння:

Варіант 1

- $2xy^2 dx - y dy = yx^2 dy - 6x dx$.
- $x^3 y' + y = 7$; $y(0) = 5$.
- $x^2 + 2y \, dy + x^2 - y^2 \, dx = 0$.
- $y'' - 4y' + 4y = 0$; $y(0) = 2$; $y'(0) = 8$.

Варіант 2

- $ye^{2x} dx + (1+e^{2x}) dy = 0$.
- $2xy + y \, y' = 3 - y^2$; $y(0) = 2$.
- $xy' = 2\sqrt{3x^2 + y^2} + y$.
- $y'' - y = 0$; $y(0) = 2$; $y'(0) = 4$.

Варіант 3

- $3e^x \operatorname{tg} y dx + (1+e^x) \frac{dy}{\cos^2 y} = 0$.

$$2. xy' + y = y^2; \quad y|_{x=0} = 0,5.$$

$$3. x \cos \frac{y}{x} dy + xdy = y \sin \frac{y}{x} dy - ydx.$$

$$4. y'' - 5y' + 6y = 0; \quad y|_{x=0} = 0; \quad y'|_{x=0} = 0.$$

Варіант 4

$$1. \sqrt{x}dy = \sqrt{1-x} + \sqrt{x} dx.$$

$$2. e^{-x} \sin yy' = e^x \cos^3 y; \quad y|_{x=0} = \frac{\pi}{4}.$$

$$3. xdy = \sqrt{y^2 - 4x^2} dx.$$

$$4. y'' - 2y' + y = 0; \quad y|_{x=0} = 1; \quad y'|_{x=0} = 0$$

Варіант 5

$$1. y^2 e^x dx - e^x + 2 dy = 0.$$

$$2. xy' \ln y - y = 0; \quad y|_{x=1} = e^2.$$

$$3. y' = -\frac{x+y}{x}.$$

$$4. y'' - 3y' = 0, \quad y|_{x=0} = 0; \quad y'|_{x=0} = 1.$$

Варіант 6

$$1. y \sin x dx + \cos x - 1 dy = 0; \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$$

$$2. x \cos 2y dx - x^2 \sin 2y dy = 0.$$

$$3. xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{y}{x}.$$

$$4. y'' - 4y' + 5y = 0; \quad y|_{x=0} = 2, \quad y'|_{x=0} = 1$$

Варіант 7

$$1. 6x dx - 2x^2 y dy = 6y dy - 3xy^2 dx.$$

$$2. y' = 2y - 3 \operatorname{tg} x; \quad y|_{x=0} = 6.$$

$$3. \quad xy' - y = x + y \ln \frac{x+y}{x}.$$

$$10. \quad y'' + 6y' + 9y = 0; \quad y(0) = 2; \quad y'(0) = 1.$$

Варіант 8

$$1. \quad xy^2 dx - y dy = yx^2 dy - x dx.$$

$$2. \quad y' = 2^{x-y}; \quad y(1) = 1.$$

$$3. \quad x^2 + xy y' = x\sqrt{x^2 - y^2} + xy + y^2.$$

$$4. \quad y'' - y' = 0; \quad y(0) = 0; \quad y'(0) = 2.$$

Варіант 9

$$1. \quad x^x + 5 dy - y^2 e^x dx = 0.$$

$$2. \quad y' = xy + e^x y; \quad y(0) = 3.$$

$$3. \quad xy' = y \ln \frac{y}{x}.$$

$$4. \quad y'' + 4y' - 12y = 0; \quad y(0) = 0; \quad y'(0) = 0.$$

Варіант 10

$$1. \quad y + e^x dy = e^x dx.$$

$$2. \quad y' \cos x = y \sin x; \quad y(\pi) = 3.$$

$$3. \quad xy' = 3\sqrt{x^2 + y^2} + y.$$

$$4. \quad y'' + 5y' + 6y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 3.$$

Варіант 11

$$1. \quad \cos^2 x + \operatorname{tg} x y' = y; \quad y(0) = 3.$$

$$2. \quad 3x^2 + \ln y dx = dy.$$

$$3. \quad xy' = \sqrt{2x^2 + y^2} + y.$$

$$4. \quad y'' - 4y' = 0; \quad y(0) = 2; \quad y'(0) = 3.$$

Варіант 12

$$1. \quad x\sqrt{x^2 + 1} dx - \sqrt{y} dy = 0.$$

2. $y \operatorname{ctg} x + y = 2; \quad y \Big|_{x=0} = 0.$
3. $x - y \bar{y}' = x + 2y.$
4. $y'' + 3y' = 0, \quad y \Big|_{x=0} = 1; \quad y' \Big|_{x=0} = 1$

Варіант 13

1. $x^2 \bar{d}y - xy^2 + xy \bar{d}x = 0.$
2. $xy' = \frac{x-1}{y} e^{2x} + y'; \quad y \Big|_{x=0} = e.$
3. $3x^2 y' = y^2 + 10xy + 10x^2.$
4. $y'' + 2y' + y = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0; \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$

Варіант 14

1. $2x^2 y dy = 1 + y^2 \bar{d}x.$
2. $y' + e^x = yy'; \quad y \Big|_{x=0} = 2.$
3. $x^2 - 2xy \bar{y}' = x^2 + 3xy - y^2.$
4. $y'' - 10y' + 25y = 0 \quad y \Big|_{x=0} = 5; \quad y' \Big|_{x=0} = 1.$

Варіант 15

1. $\sqrt{y^2 + 1} dx = xy dy.$
2. $y' - \frac{4xy}{x^2 - 1} = 0; \quad y \Big|_{x=\sqrt{2}} = 1.$
3. $xy' \sin \frac{y}{x} + x = y \sin \frac{y}{x}.$
4. $y'' + 9y = 0 \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0; \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$

Варіант 16

1. $y^2 dy + \operatorname{ctg} x dx = y^3 \operatorname{ctg} x dx.$
2. $y' + 1 \bar{e}^{2y} = 4; \quad y \Big|_{x=0} = 0.$

$$3. y' - y \operatorname{ctg} \frac{y}{x} = x.$$

$$4. y'' - 13y' + 12y = 0; \quad y|_{x=2} = 2; \quad y'|_{x=3} = 3.$$

Варіант 17

$$1. x^2 + 1 dx - ye^{x^2} dy = 0.$$

$$2. xy' - y^2 = y; \quad y|_{x=1} = 1$$

$$3. \frac{xy' + y}{x + yy'} = 2.$$

$$4. y'' + 4y' + 4y = 0; \quad y|_{x=0} = 0; \quad y'|_{x=2} = 2.$$

Варіант 18

$$1. xdy = x^2 e^{-y} dx + 2dy.$$

$$2. y' = 2\sqrt{y} \ln x; \quad y|_{x=1} = 1.$$

$$3. x + y dx + x + 2y dy = 0.$$

$$4. y'' - 6y' + 9y = 0 \quad y|_{x=3} = 3; \quad y'|_{x=0} = 0.$$

Варіант 19

$$1. dy - 3xdy - \sqrt{y} dx = 0.$$

$$2. x^2 - 1 y' + 2xy^2 = 0; \quad y|_{x=1} = 1.$$

$$3. x^2 y' = y^2 + 6xy + 6x^2.$$

$$4. y'' - 13y' + 12y = 0 \quad y|_{x=3} = 3; \quad y'|_{x=2} = 2.$$

Варіант 20

$$1. 2xdy + ydx + xy dy + dx = 0$$

$$2. 1 + x^2 y' + xy = 0; \quad y|_{x=2} = 2.$$

$$3. 2xy' x^2 + y^2 = y x^2 + y^2.$$

$$4. y'' - 3y' + 2y = 0 \quad y|_{x=1} = 1; \quad y'|_{x=1} = 1.$$

Завдання 10. Дослідити числовий ряд на збіжність:
за признаком Даламбера,

за радикальным признаком,
за интегральным признаком.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{3^{n+1}}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{n^8+16}$
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3n!}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{3^n} (9n-1)$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n^5}{2n^6+50}$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{n!}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{6^{n+3}}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^6}{n^7+16}$
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n-3}{\sqrt{n}3^n}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!n^{n+1}}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{n \ln^4 n}$
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^{n+1}-1}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n n^{n+3}}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^3}{\sqrt{n^8+16}}$
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^{n+1}-3}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{6^{n+2}}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9n^3}{\sqrt{n^8+64}}$
7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{3^n n^{n+1}}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n! n^{n+3}}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n^4}{n^{10}+16}$
8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n} n^{n-1}}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{15}{7^n n^{n-3}}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n^4}{n^{10}+16}$
9. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1} \right)^n$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n n^{n+3}}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n^3}{n^8+1}$
10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+2n}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{n+1}}{3^n n^{n+9}}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^3}{n^4-1}$
11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n^2-1}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3!}{5^n n^{n+3}}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2}{n^6+81}$
12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^3+2}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n!}{3^n n^{n+6}}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{n^2+1}$

13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (n+1)^2}{3^n}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{10^n (n-8)}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{\sqrt{n^8+2}}$
14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{10^n (n-8)}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^4-25}}$
15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! (2n+1)!}{3n!}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{10^n (n-8)^n}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^4-25}}$
16. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (n+1)!}{2n!}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n-3)^n}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{\sqrt{n^4-25}}$
17. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+1)4^{n+1}}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9}{4^n (n-6)!}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arcsin^2(n)}{\sqrt{1-n^2}}$
18. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{n^5}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^n}{5^n (n+7)^n}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^4-25}}$
19. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n-1}\right)^n$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{11^n n^{2n}}{6^n}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \sin n \cdot \ln \cos n$
20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n^2}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{4^n (n)!}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} n}{n^2+1}$